

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЫБОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК: 639.2.081.117.001.8 (262.81)

**К ВОПРОСУ СТРАТИФИКАЦИИ ЗОНЫ ОТВЕТСТВЕННОСТИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ В КАСПИЙСКОМ МОРЕ
ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ТРАЛОВЫХ СЪЕМОК**

© 2013 г. Т.И. Булгакова¹, В.К. Бабаян¹, Д.А. Васильев¹,
А.И. Михайлов¹, И.А. Сафаралиев²

1 – Всероссийский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства
и океанографии, г. Москва, 107140

2 – Каспийский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства,
г. Астрахань, 414052

Статья поступила в редакцию 29.02.2012 г.

Окончательный вариант получен 5.05.2012 г.

Рассматриваются методологические аспекты планирования учетных траловых съемок и обработки их результатов на примере съемки русского осетра (*Acipenser gueldenstaedtii*) в зоне ответственности Российской Федерации в Каспийском море. Описывается общая схема съемок, приводится пример стратификации и процедуры оценивания плотности запаса по стратам и точности полученных оценок.

Ключевые слова: стратифицированная съемка, русский осетр, Каспийское море, оценка численности.

Начиная с 2005 г. в российском секторе Волжско-Каспийском бассейна введен мораторий на промышленный лов всех видов осетровых, что резко сократило объем ежегодно получаемой информации, необходимой для оценки состояния их запасов. В этих условиях тралово-акустические съемки остаются важнейшим источником информации для осуществления мониторинга запасов каспийских осетровых. Потому совершенствование методологии тралово-акустических съемок с целью повышения надежности их результатов является в высшей степени актуальной задачей.

На проведенном под эгидой ФАО-СИТЕС Семинаре по методам оценки численности, основанным на научной съемке, и применении современных методов оценки запасов и определения ОДУ для промысла осетровых в Каспийском море (Анталия, сентябрь 2009 г.) всем прикаспийским странам было рекомендовано перейти к случайным и, по возможности, стратифицированным съемкам.

Вообще говоря, путем выполнения съемки решается следующая задача: по конечному числу измерений следует оценить параметры некоторого неизвестного случайного поля численностей (плотности запаса), например, несколько первых статистических моментов.

Одним из наиболее существенных математических аспектов планирования учетных съемок следует считать выбор подходов к оценке статистических характеристик пространственно распределенных случайных величин. При этом важно, что при вычислении статистических характеристик от усреднения по реализациям переходят к усреднению по пространству.

Напомним, что предельные теоремы математической статистики оперируют наборами независимых случайных величин. Однако для любых двух точек исследуемого пространства значения случайной функции (в нашем случае плотности

запаса) могут не быть независимыми. Для решения ключевой проблемы – учета наличия автокорреляций – принимаются следующие гипотезы (Кокрен, 1976):

- математическое ожидание плотности есть кусочно-постоянная функция, т.е. все пространство разбито на области (страты), где оно постоянно;
- корреляционная функция (в пределах страты) зависит только от расстояния (которое может рассматриваться как векторное) между точками.

Предварительный анализ вариограмм, построенных по результатам ранее проводившихся съемок каспийских осетровых, показал, что, по всей видимости, радиус корреляции в данных меньше, чем расстояние между тралениями, проводимыми в центрах соседних квадратов. В этой связи все наши дальнейшие рассуждения будут строиться на еще одном дополнительном допущении: предположении об отсутствии корреляций между измерениями, проведенными в разных квадратах.

Теперь перейдем непосредственно к вопросу стратификации съемки и оцениванию плотности запаса в пределах каждой страты.

Стратификация предполагает разбиение всего района на такие подрайоны (страты), чтобы в пределах каждой страты иметь более-менее постоянное математическое ожидание распределения плотности. Это позволяет уменьшить дисперсию оценки численности рыб в каждой страте.

Приведем формулу расчета статистических параметров при стратифицированном отборе проб. Пусть количество страт равно L , в каждой страте с индексом h ($h = 1, 2, \dots, L$) имеется совокупность из N_h единиц (в нашем случае это количество статистических квадратов (СК) в данной страте) и проводится n_h тралений. В i -ом тралении в страте h улов равен $x_{h,i}$.

Заметим, что СК, строго говоря, представляет собой часть поверхности океана, ограниченную двумя параллелями и двумя меридианами. Считаем, что проекция этой поверхности является прямоугольником со сторонами 10' по широте и 10' по долготе. Традиционно такой прямоугольник на Каспии называют квадратом, так что в дальнейшем применяем этот термин. В границах исследуемого района длина дуги 1 градуса по меридиану практически не меняется, а по широте меняется заметно (таблица 1). Таким образом, с изменением широты меняется и площадь СК.

Таблица 1. Длина одного градуса дуги меридиана и параллели, в км (по Н.Н. Зубову, 1957, табл. 188).

Table 1. The 1 degree meridian and parallel arc length, km (according to Zubov N.N., 1957, Table 188).

| | Градус широты | | | | |
|--------------|---------------|-------------|--------------|-------|-------|
| | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| По параллели | 96.5 | 85.4 | 71.7 | 55.8 | 38.2 |
| По меридиану | 110.9 | 111 | 111.2 | 111.4 | 111.6 |

Но поскольку протяженность зоны ответственности РФ в Северном Каспии по меридиану составляет только 4 градуса, принимаем площадь СК постоянной для всего исследуемого района, а 30'-ые стороны СК рассчитываем для 45° с.ш., тогда площадь одного СК равна 242,4 км².

Традиционно в каждом СК проводится не более одного траления, если же в h -ом СК проведено более одного траления, то величина $x_{h,i}$ приравнивается к значению среднего улова за траление в данном СК. Стандартное траление при выполнении съемки длится 30'. Средний улов за траление (плотность запаса) в страте h вычисляется по формуле

$$x_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} x_{h,i} \quad (1).$$

Дисперсия улова за траление в страте h равна

$$D(x_h) = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{h,i} - x_h)^2 \quad (2),$$

стандартное отклонение улова за траление внутри той же страты равно $s_h = \sqrt{D(x_h)}$.

Стандартное отклонение **средней оценки улова** за траление для страты h в $\sqrt{n_h}$ раз меньше, т.е. равно

$$s_{x_h} = \frac{\sqrt{D(x_h)}}{\sqrt{n_h}} \quad (3).$$

Статистические оценки для всего района исследований находятся следующим образом. Средний взвешенный по площадям улов на траление для всего района равен

$$x_{tot} = \sum_{h=1}^L \frac{S_h x_h}{S_{tot}}, \quad (4),$$

где S_h – площадь страты h , площадь всего района $S_{tot} = \sum_{h=1}^L S_h$.

Тогда дисперсия средней плотности по всему району равна

$$D(x_{tot}) = \sum_{h=1}^L \frac{S_h^2}{S_{tot}^2} D(x_h) \quad (5).$$

Поскольку в нашем случае площадь страты можно представить как $S_h = bN_h$, где b – площадь одного СК, то (4) можно переписать как (4')

$$x_{tot} = \sum_{h=1}^L \frac{N_h x_h}{N} \quad (4'),$$

а уравнение (5) заменить на

$$D(x_{tot}) = \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N^2} D(x_h), \text{ где } N = \sum_h N_h. \quad (5').$$

Величину индекса численности запаса в страте h определим как

$$I_h = N_h x_h \quad (6).$$

Отметим, что формула (6) дает выражения для *индекса численности*. Для получения оценки абсолютной величины численности необходимо знать коэффициенты уловистости используемого в данной страте трала q_h и отношение площади квадрата (b) к протраленной площади за одно получасовое траление (обозначим эту протраленную площадь как tr_h), за которое в среднем в этой страте поймано x_h экз. Поскольку оба эти параметра отличаются для разных страт, формула оценки численности запаса во всем районе Y имеет вид:

$$Y = \sum_{h=1}^L B_h x_h, \quad \text{где } B_h = \frac{N_h b}{q_h t r_h} \quad (7).$$

Дисперсия общей численности во всем районе равна

$$D(Y) = \sum_{h=1}^L B_h^2 D(x_h) \quad (8).$$

Как следует из теории, съемка должна быть не только стратифицированной, но и случайной, а не регулярной, поскольку только при случайном отборе проб можно оценить точность получаемых оценок плотности и запаса. Нетрудно показать, что при определенных допущениях традиционно проводимую в Северном Каспии съемку можно считать случайной.

Во-первых, хотя считается, что координаты начала траления строго соответствуют центрам СК, на практике это условие обычно не соблюдается по целому ряду технических причин.

Во-вторых, распределение рыб непрерывно меняется, и результаты съемки, полученные в разное время в одних и тех же координатах, могут сильно различаться, даже если интервал времени между выборками очень мал. Таким образом, случайность съемки определяется и пространственной изменчивостью распределения рыб.

Целесообразно также внести случайность и в сам план проведения съемки – каждый год номер первого исследуемого квадрата выбирать с помощью датчика случайных чисел, меняя таким образом порядок обхода СК.

Важной проблемой является выбор принципа раздела всего района съемок на подрайоны (страты). Напомним, что смысл такого раздела – переход к более равномерному распределению исследуемого запаса внутри каждой страты. Для этого необходимо иметь априори оцененное распределение плотности запаса по всему району. Если удастся определить некоторый фактор среды, тесно связанный с плотностью запаса, то границы страт естественно назначить согласно распределению выбранного фактора. В роли определяющего фактора может выступать, например, распределение кормовых организмов или глубина. Удобно выбирать именно глубину, поскольку она неизменна во времени, в то время как распределение кормовых организмов может меняться по годам и сезонам.

Вообще говоря, было бы целесообразно построить среднесноголетнее распределение каждого из запасов осетровых в Северном Каспии, предварительно объединив результаты съемок за ряд лет. Однако это достаточно трудоемкая работа, и нет уверенности в межгодовой устойчивости распределений. На данном этапе нами предпринята попытка провести расчеты и выполнить стратификацию зоны ответственности РФ Каспия на основе данных только одного 2004 г. и только для русского осетра (*Acipenser gueldenstaedtii*). Для этого имеются приемлемые для анализа результаты летней съемки. Данные летней съемки 2009 г. использованы для сравнения.

Действующая в настоящее время стратификация зоны ответственности России Каспийского моря состоит из 3 подрайонов (страт): Северного мелководья, Приглубой зоны и акватории вдоль Дагестанского побережья. Численность осетровых оценивается отдельно для каждой страты.

Ниже приводится анализ данных по съемке 2004 г. с использованием принятой нумерации СК.

Приглубая зона. К этому подрайону традиционно относятся статистические квадраты (СК) с номерами: 377-383; 404-411; 423-432; 440-447; 460-463.

К Приглубой зоне примыкает район из 10 СК, расположенных в среднем Каспии как бы между этой зоной и зоной вдоль побережья Дагестана. Номера СК этого района, называемого в этой работе «добавленная часть» – 448-450; 464-470.

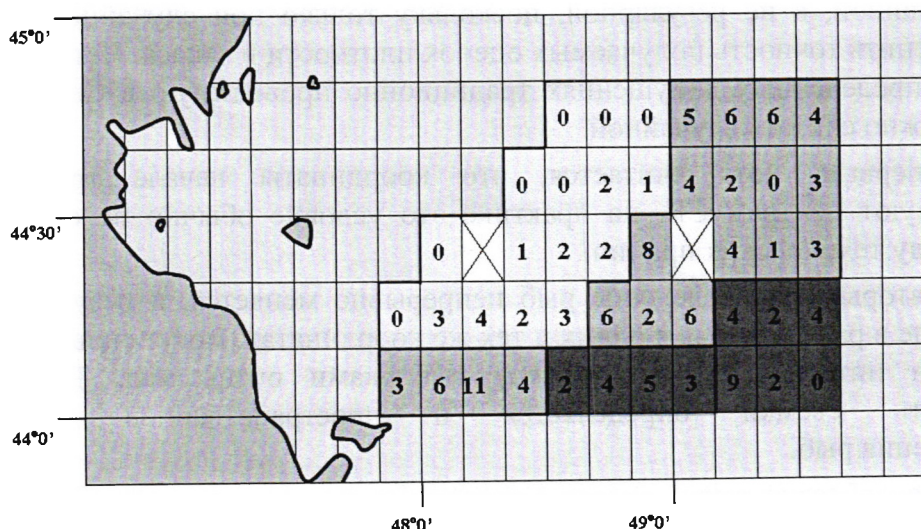


Рис. 1. Разделение Приглубой зоны на страты по материалам съемки 2004 г. Традиционно к Приглубой зоне относят подрайоны, обозначенные на рисунке самым светлым тоном и серым. На схеме выделенные светлым тоном СК отнесены нами к Страте 1, темно-серым – добавленные СК. К Страте 2 предлагается отнести серые и темно-серые СК. Перечеркнутые СК в 2004 г. не исследовались. Числа соответствуют величине вылова русского осетра (экз.) за получасовое траление внутри СК.

Fig. 1. Division of the priglubaya zone according to survey-2004 data. Traditional statistical squares (SSq) are given as clear and grey ones. We suggest to prescribe SSq represented as clear to strata 1, and those represented as grey and taupe («added» SSq) to the strata 2. The crossed out SSq were not investigated in 2004. The numbers correspond to catch of Russian sturgeon (ind) in each SSq.

На рисунке 1 показаны границы Приглубой зоны вместе с указанной «добавленной частью», на каждый СК нанесены величины уловов на траление в штуках, полученные в летней траловой съемке 2004 г. Анализ показал, что эту область целесообразно разделить на 2 страты, первая – западная часть Приглубой зоны – содержит 16 СК, вторая объединяет оставшуюся часть Приглубой зоны и «добавленную часть» и содержит 29 СК.

В нижних строках таблицы 2 приведены значения коэффициента вариации CV и индекса численности $I_h = x_h / n_h$, где n_h – количество протраленных СК в страте h.

Отметим, что с учетом не протраленных в 2004 г. двух СК общее количество СК в стратах Приглубой зоны равно – $N_1=17$, $N_2=30$.

Для решения вопроса о различиях между двумя стратами был применен критерий Колмогорова-Смирнова (Урбах, 1964). Согласно указанному критерию, в качестве нулевой гипотезы принимается предположение, что обе выборки (объемом n_1 и n_2 соответственно) принадлежат к одной генеральной совокупности.

Были рассчитаны выборочные накопленные частотные распределения для каждой из двух сравниваемых выборок и сравнены полученные два распределения.

Таблица 2. Результаты статистического анализа съемки 2004 г. в Приглубой зоне без деления на страты (столбец 5) и с делением ее на 2 страты (столбцы 1, 4 и 6).

Table 2. Results of statistical analysis for 2004 survey in priglubaya zone without stratification (column 5) and with stratification (columns 1, 4 and 6).

| Статистики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|----------|-----------------------------|-------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Страта 1 | Правая часть Приглубой зоны | Добавленная часть | Страта 2 (столбцы 2+3) | Оценки без стратификации | Оценки со стратификацией |
| Средний улов на траление \bar{X}_h , экз. | 1,25 | 4,42 | 3,5 | 4,10 | 3,089 | 3,087 |
| Дисперсия D_h , экз ² | 1,80 | 6,59 | 5,83 | 6,31 | 6,54 | 2,85 |
| Среднеквадрат. отклонение σ_h , экз | 1,34 | 2,57 | 2,42 | 2,51 | 2,56 | 1,69 |
| Ошибка среднего $\sigma_{\bar{X}}$, экз | 0,34 | 0,59 | 0,76 | 0,47 | 0,38 | 0,25 |
| Количество протраленных СК n_h | 16 | 19 | 10 | 29 | 45 | 45 |
| Ih - индекс численности, экз. | 20 | 84 | 35 | 119 | 139 | 139 |
| $CV=\sigma_h/\bar{X}_h$ | 1,07 | 0,58 | 0,69 | 0,61 | 0,83 | 0,55 |

Пусть A – наибольшая по модулю разность между соответствующими накопленными (интегральными) значениями. Рассчитывается величина (9)

$$K = A^2 \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \quad (9).$$

Согласно данному критерию, если величина $K < 1,84$, то принимается нулевая гипотеза, если $K > 2,65$, то нулевая гипотеза отвергается.

Рассчитанное по формуле (9) значение K для подрайонов, указанных в столбцах 2 и 3 таблицы 1, равно $K = 0,312 < 1,84$, что означает, что эти два подрайона можно объединить. Подрайон, объединяющий подрайоны 2 и 3, назван Стратой 2.

Следующее сравнение Страты 1 и Страты 2 приводит к результату $K = 2,97 > 2,65$. Нулевая гипотеза отвергается, что означает, что эти две страты следует рассматривать отдельно.

Статистические оценки для Приглубой зоны, рассматриваемой как единое целое с 10 станциями Добавленной части (всего 45 СК), помещены в столбце 5.

Рассмотрим, насколько эффективны предложенные изменения в стратификации. Для нас наиболее важны оценка среднего улова на траление для всего Приглубого района и ошибка этой оценки. Важна также оценка суммарной численности уловов из этого района, а точнее – индекс численности. Расчеты среднего улова за траление для объединенной страты дали оценки, приведены в столбце 6 таблицы 2.

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2}{n_1 + n_2} = \frac{1,25 * 16 + 4,1 * 29}{45} = 3,087, \quad (10),$$

т.е. средневзвешенный улов на СК практически совпадает с оценкой, полученной без стратификации Приглубой зоны. Также совпадают (с точностью до одной десятой) оценки индекса численности в данном подрайоне, равные 139 экз.

Полагая, что средняя плотность в разных стратах – независимые случайные величины, оценку дисперсии взвешенной суммы этих двух случайных величин в Приглубой зоне можно рассчитать следующим образом:

$$D = D_1 \left(\frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 + D_2 \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 = 1,8 \frac{256}{45^2} + 6,31 \frac{841}{45^2} = 2,848 \quad (11).$$

Деление Приглубой зоны на две страты позволило уменьшить ошибку оценки среднего улова на траление с 0,38 до 0,25 (на 34%).

Чтобы проверить, правомерно ли предлагаемое разделение Приглубой зоны на страты для других лет, были проведены аналогичные расчеты по результатам съемки 2009 г. в этой зоне (таблица 3). На рисунке 2 показаны величины уловов, полученных в результате стандартных тралений. Судя по этим данным, нет основания делить этот район на страты.

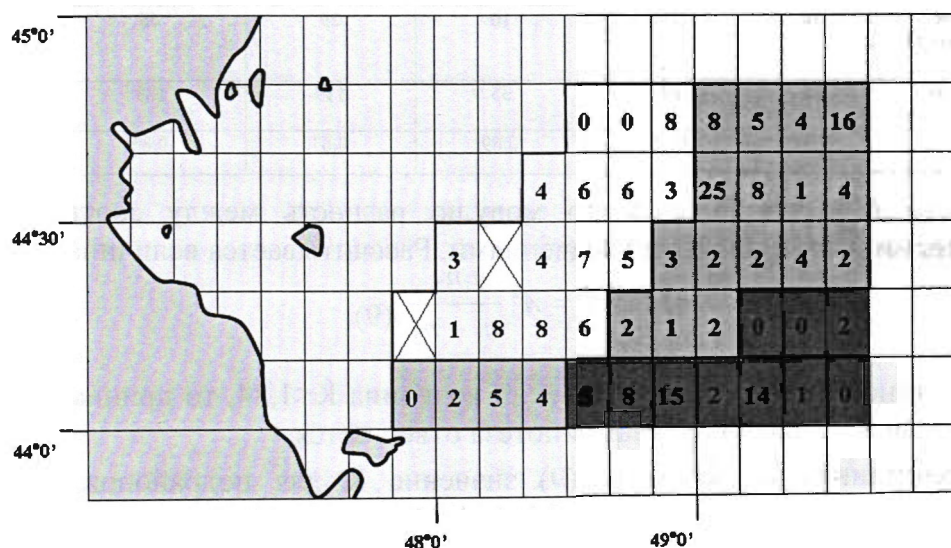


Рис. 2. Разделение на страты Приглубой зоны по материалам съемки 2009 г. Обозначения те же, что на рисунке 1.

Fig. 2. Divisions of priglubaya area according to 2009 survey data. Notations are the same as in the figure 1.

Применение критерия Колмогорова-Смирнова ко всей Приглубой зоне и «Добавленной части» показало, что $K=0,514 < 1,84$, потому уловы из этих двух районов можно считать принадлежащими к одной генеральной совокупности, что является основанием для их объединения. Для сравнения с предыдущим случаем район разделен на те же страты, которые были выделены в примере для 2004 г., и проведены аналогичные расчеты. При таком делении получено $K=0,544 < 1,84$, это означает, что обе страты следует рассматривать как единую выборку. Статистические оценки для Приглубой зоны без деления на страты приведены в столбце 3 таблицы 3.

Из рассмотренных примеров следует, что если при расчетах численности оптимизировать стратификацию района съемки, то каждый год следует выполнять

стратификацию заново из-за изменений пространственного распределения популяции. Стратификация не повлияет на оценку среднего улова на траление, но может уменьшить ошибку оценки средней плотности. В нашем случае для 2004 г. она уменьшила бы ошибку оценки среднего улова на траление на 34%. Несомненно, в будущем такие расчеты следует провести для ряда лет, возможно, тогда будет обнаружена зависимость характера распределения осетра от факторов среды.

Таблица 3. Результаты статистического анализа материалов съемки 2009 г. в Приглубой зоне без деления ее на страты (столбец 3) и с делением ее на те же 2 страты, как для 2004 г.

Table 3. Results of statistical analysis for 2009 survey in priglubaya area without stratification (column 3) and with the stratification as in 2004.

| Статистики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--|--------------------|-------------------|--------------|----------|----------|
| | Вся Приглубая зона | Добавленная часть | Весь район | Страта 1 | Страта 2 |
| Среднее \bar{X}_h , экз | 4,94 | 4,80 | 4,91 | 4,80 | 4,97 |
| Дисперсия D_h , экз ² | 22,94 | 32,40 | 25,04 | 8,74 | 32,72 |
| Среднеквадратичное отклонение σ_h , экз | 4,79 | 5,69 | 5,00 | 2,96 | 5,72 |
| Ошибка среднего $\sigma_{\bar{x}}$, экз | 0,81 | 1,80 | 0,75 | 0,76 | 1,04 |
| Количество протраленных. СК n_h | 35 | 10 | 45 | 15 | 30 |
| I_N -индекс численности, экз | 173 | 48 | 221 | 72 | 149 |
| $CV=\sigma/\bar{X}_h$ | 0,97 | 1,19 | 1,02 | 0,62 | 1,15 |

Акватория вдоль побережья Дагестана

По данным траловой съемки 2004 г. в этой акватории исследованы 37 СК, из них 27 – собственно у побережья Дагестана плюс 10 – в Добавленных СК. В таблице 4 сопоставлены статистические характеристики этого подрайона по частям и для всего подрайона. В собственно акватории вдоль побережья Дагестана $n_h=27$, $N_h=39$, т.е. несколько СК в 2004 г. не обловлено.

Даже поверхностный анализ приведенных статистик показывает, что для 1 и 2 подрайонов значительны различия в значениях и среднего, и дисперсии. Согласно критерию Колмогорова-Смирнова, в данном случае величина $K=2,53$. Поскольку $K > 1,84$, нулевая гипотеза не принимается, но и не отвергается (т. к. $2,53 < 2,65$). Все же близость значения K к верхнему пределу критерия (2,56) говорит о том, что нецелесообразно объединять эти две выборки. Тем более, что выше было показано, что для более корректной оценки численности запаса осетра добавленные СК целесообразно объединить со второй стратой Приглубой зоны для 2004 г. и со всей Приглубой зоной для 2009 г.

Отметим, что в 46% исследованных СК в этой зоне не поймано ни одного экземпляра русского осетра. При значительном количестве нулевых тралений некоторые авторы рекомендуют использовать в качестве вероятностного распределения исследуемого параметра дельта-распределение Эйтчисона (Aitchison, 1955; Методические рекомендации, 2006). Но прежде чем применять это распределение, требуется показать, что множество ненулевых уловов описывается

логнормальным распределением, т. е. что логарифмы выборочных уловов можно описать функцией нормального распределения.

Таблица 4. Статистики акватории вдоль побережья Дагестана по результатам съемки 2004 г. В последнем столбце приведены статистические оценки, полученные при рассмотрении всей зоны Дагестана как единого целого.

Table 4. Dagestan inshore area statistics according to 2004 survey. The last column includes the estimates for the area as a whole.

| Статистики | 1 | 2 | 3 |
|---|--------------------------------------|-------------------|---------------|
| | Только акватория побережья Дагестана | Добавленная часть | Весь подрайон |
| Оценка среднего \bar{X}_h , экз. | 1,00 | 3,50 | 1,67 |
| Дисперсия D | 1,46 | 5,83 | 3,78 |
| Среднеквадр. отклонение σ , экз. | 1,21 | 2,42 | 1,94 |
| Ошибка среднего $\sigma_{\bar{x}}$, экз. | 0,24 | 0,76 | 0,32 |
| Количество протраленных СК n_h | 27 | 10 | 37 |
| Ih -индекс численности, экз. | 27,0 | 35,0 | 62,0 |
| $CV=\sigma/\bar{X}_h$ | 1,21 | 0,69 | 1,16 |



Рис. 3. Частотное распределение по результатам траловой съемки 2004 г. в акватории вдоль побережья Дагестана. Ось абсцисс – количество экземпляров русского осетра, пойманных при получасовом тралении, ось ординат – оценки вероятности поимки этого количества рыб.

Fig. 3. Frequency distribution built for trawl survey in Dagestan inshore area in 2004. The Russian sturgeon number taken by 30' trawling put on abscissa axis and the probability to catch this fish number – on ordinate axis.

Для проверки гипотезы о пригодности нормального распределения для описания экспериментальных данных существует несколько статистических критериев, нами выбран критерий W (Хан, Шапиро, 1969), поскольку он позволяет принять решение о нормальности распределения для малых выборок. В нашем случае объем выборки (количество ненулевых уловов) равен 14.

Для осетра в акватории вдоль побережья Дагестана получена оценка критериального параметра $W=0,693$, которая меньше минимального значения 0,825 (Хан, Шапиро, 1969, таблицы X-XI), которое мог бы принять параметр W, если бы распределение было нормальным, потому с вероятностью 0,99 гипотеза о нормальности распределения $Ln(x)$ должна быть отклонена.

Тем не менее, нами сделана попытка оценить параметры распределения Эйтчисона для съемки русского осетра в данном подрайоне (см. Приложение 1). Как и следовало ожидать, оценки статистик, полученные согласно распределению Эйтчисона, практически совпадают с оценками, полученным по всем тралениям, включая нулевые (столбцы 5 и 2 в табл. 5).

Таблица 5. Полученные нами оценки статистик распределения Эйтчисона.

Table 5. Parameter estimates for the Aitchison distribution.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| | Оценки по всем 27 тралениям | Для $x > 0$ (14 тралений) | Для $\ln(x)$ ненулевых тралений | По распределению Эйтчисона |
| Среднее | 1,0 | 1,93 | $y = 0,532$ | $\mu = 0,9995 (= 1)$ |
| D | 1,461 | 0,994 | $s^2 = 0,269$ | 1,496 |
| s | 1,21 | 0,997 | $s = 0,518$ | 1,22 |

Северное мелководье российской зоны ответственности Каспия

Из 62-х исследованных в 2004 г. СК в 48-ми не поймано ни одного осетра, распределение осетра в этом году можно аппроксимировать распределением Пуассона, которое описывает «редкие события». Данное распределение обладает свойством: среднее значение, дисперсия и третий центральный момент равны между собой. Это его свойство позволяет задавать распределение одним параметром. В нашем случае среднее и дисперсия не равны, но достаточно близки друг к другу (табл. 6). Третий же центральный момент в точности равен дисперсии (0,30).

Таблица 6. Статистические характеристики распределения русского осетра в северном мелководье зоны ответственности России, по данным съемки в 2004 г.

Table 6. The Russian sturgeon distribution statistics in the Northern Russian shoaling water area according to 2004 survey data.

| Статистики | Северное мелководье |
|----------------------------------|---------------------|
| Оценка средней плотности, X_h | 0,274 |
| Дисперсия D | 0,30 |
| Среднеквадр. отклонение σ | 0,55 |
| Ошибка среднего σ_x | 0,07 |
| n (количество протраленных СК) | 62 ($n_h=66$) |
| IN -индекс численности | 17 |
| $CV = \sigma / X_h$ | 2,0 |

На рисунке 4 сопоставлены частотное распределение, рассчитанное по конкретным данным съемки, и пуассоновское распределение, построенное с тем же математическим ожиданием (0,274).

Отметим, что коэффициент вариации плотности запаса в этой подрайоне равен 2, т.е. очень велик, но ошибка среднего (0,07) составляет только 25%. А именно оценка среднего используется при расчете величины запаса.

Расчет доверительных интервалов оценки среднего улова на траление по стратам при заданной доверительной вероятности ($P=0,90$) для съемки 2004 г.

Поскольку оценка среднего, получаемая по некоторой выборке из генеральной совокупности, является случайной величиной, то ее отклонение от математического ожидания тоже случайная величина. Частным случаем центральной предельной теоремы является следующее утверждение: закон распределения средней арифметической большого числа одинаково распределенных независимых случайных величин имеет распределение, близкое к нормальному. Практически уже при $n > 20$ закон распределения среднего близок к нормальному (Аксютин, 1968).

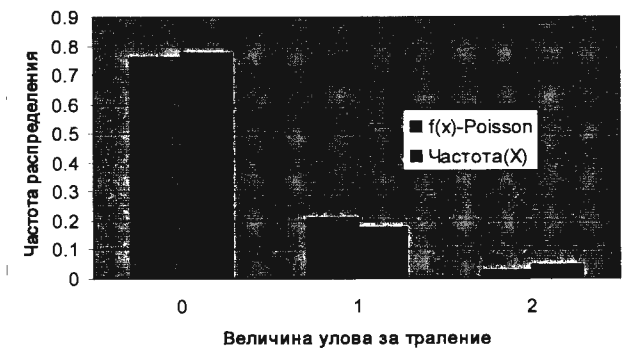


Рис. 4. Частотное выборочное распределение улова русского осетра в экз. на траление в Северном мелководье и теоретическое распределение Пуассона с таким же средним.

Fig. 4. Frequency sample distribution of Russian sturgeon catch in the Northern Russian shoaling water area (ind. per 30' trawling) and theoretical Poisson distribution with the same average.

Для получения приближенной оценки доверительного интервала можно использовать формулу: $\bar{x} \pm \varepsilon$, где ширина доверительного интервала оценки среднего рассчитывается по формуле:

$$\varepsilon = u_p \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (12),$$

здесь σ – выборочное стандартное отклонение, u_p – аргумент нормального распределения, где p – доверительная вероятность.

По формуле (12) определены доверительные интервалы оценок среднего улова на траление при доверительной вероятности 0,90; в этом случае $u_p = 1,65$. В последней строке таблицы 7 приведены относительные ошибки среднего для каждого из подрайонов. Оказывается, что самая высокая точность средней плотности получена для страты 2 Приглубой зоны – относительная ошибка не превышает 20%.

ВЫВОДЫ

При определенных допущениях траловую съемку в Северном Каспии можно считать случайной и стратифицированной (традиционно район разделен на 3 подрайона, для которых выполнялись предварительные расчеты). Для усиления этих характеристик следует несколько изменить границы страт, добавив в Приглубую зону ответственности РФ квадраты 448-450 и 464-470. Дополнительное деление этой зоны на две страты съемки 2004 г. дало значительное (около 34%) уменьшение дисперсии средней плотности.

Дальнейший анализ результатов съемок за ряд лет позволит уточнить, насколько такая стратификация Приглубого района целесообразна, для этого, например, следует понять, является ли 2009 г. аномальным по отношению к распределению осетра.

Таблица 7. Расчет доверительных границ среднего улова на траление, при $n=133$.

Table 7. The confidence limit calculation for mean catch per trawling, under $n=133$.

| | Северное мелководье | Дагестанское побережье | Приглубая зона | |
|---|------------------------|---------------------------|----------------|----------|
| | | | Страта 1 | Страта 2 |
| Размер выборки n | 62 | 26 | 16 | 29 |
| Ср. арифмет. \bar{X} , экз. | 0,27 | 1,04 | 1,25 | 4,10 |
| σ , экз | 0,55 | 1,22 | 1,34 | 2,51 |
| ε , экз | 0,12 | 0,40 | 0,55 | 0,77 |
| Доверительные интервалы среднего улова на траление для $P=0,90$ | | | | |
| Верхний, экз | 0,39 | 1,43 | 1,80 | 4,87 |
| Нижний, экз | 0,16 | 0,64 | 0,70 | 3,33 |
| Точность оценки среднего ε/\bar{X} | 0,42 | 0,38 | 0,44 | 0,19 |

Анализ показал, что распределение величин траловых уловов осетра в Северном мелководье хорошо описывается распределением Пуассона, что облегчает оценку статистических параметров. В акватории у побережья Дагестана хотя и наблюдается значительное количество нулевых тралений, массив ненулевых уловов плохо описывается логнормальным распределением, т.е. применение рекомендуемого в таких случаях более сложного распределения Эйтчисона нецелесообразно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аксютин З.М.* Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. М.: Пищевая пром-сть, 1968. 288 с.
- Зубов Н.Н.* Океанологические таблицы. М.: Гидрометеиздат, 1957. С. 280.
- Ковальчук Л.А.* Методология оценивания запаса криля в ареале по данным траловых и гидроакустических наблюдений // Украинский Антарктический журнал, 2004. №2. С.170-178.
- Кокрен У.* Методы выборочного исследования. М.: Статистика, 1976. 440 с.
- Методическое руководство* по планированию и проведению морских экспедиционных исследований состояния запасов промысловых гидробионтов в Атлантическом океане, юго-восточной части Тихого океана и в Балтийском море / *Гасюков П.С., Тимошенко Н.М., Касаткина С.М. и др.* Калининград. АтлантНИРО, 2006. 181с.
- Урбах В.Ю.* Биометрические методы. М.: Изд-во Наука, 1964. 415 с.
- Хан Г., Шатири С.* Статистические модели в инженерных задачах / Перевод с англ. М.: Издательство Мир, 1969. 395с.
- Aitchison J.* 1955. On the distribution of the positive random variables having a discrete probability mass at the origin. Journal of the American Statistical Association, 50. P. 901-908.
- De la Mare W.K.* Estimating confidence intervals for fish stock abundance estimates from trawl surveys // CCAMLR Science. 1994. V.1. P. 203-207.

Приложение. Распределение Эйтчисона

Функция плотности распределения Эйтчисона представляется в виде суммы двух функций:

$$f(x; p, \lambda, k) = (1-p)I_0(x) + p \frac{1}{x} \frac{1}{2\pi k} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{k}\right)^2\right\} I_{0,\infty}(x), \quad (\text{П-1}),$$

где p – доля ненулевых уловов, λ и k – параметры логнормального распределения ненулевых уловов; $I_0(x)$ – индексная функция, равная 0 при $x > 0$ и равная 1 при $x = 0$; $I_{(0,\infty)}$ – индексная функция, равная 1 при $x > 0$ и равная 0 при $x = 0$.

Несмещенная оценка математического ожидания плотности запаса (улова на траление) μ находится по формуле (П-2) (De la Mare, 1994):

$$\mu = \frac{m}{n} \exp(y) G_m\left(\frac{1}{2} s^2\right), \quad \text{если } m > 1$$

$$\mu = \frac{x_1}{n}, \quad \text{если } m = 1 \quad (\text{П-2}).$$

Здесь n – общее количество тралений, m – количество тралений с ненулевыми уловами. Из 27 тралений, проведенных в данном подрайоне, в 14 получены ненулевые уловы (т.е. $n=27$, $m=14$).

Несмещенная оценка выборочной дисперсии средней плотности запаса определяется по формуле (14) (Ковальчук, 2004):

$$\bar{D} = \frac{m}{n} e^{2y} \left\{ G_m(2s^2) - \frac{m-1}{n-1} G_m\left(\frac{m-2}{m-1} s^2\right) \right\}, \quad \text{если } m > 1 \quad (\text{П-3})$$

$$\text{и } \bar{D} = \left(\frac{x_1}{n}\right)^2, \quad \text{если } m = 1.$$

Функция $G_m(t)$ рассчитывается по формуле (П-4), при этом используются разные значения аргумента t при расчете среднего значения (П-2) и при расчете дисперсии среднего (П-3) для распределения (П-1):

$$G_m(t) = 1 + \frac{m-1}{m} t + \sum_{r=2}^{\infty} \frac{(m-1)^{2r-1}}{m^r (m+1)(m+3)\dots(m+2r-3)} \frac{t^r}{r!} \quad (\text{П-4}).$$

TO THE PROBLEM OF THE CASPIAN SEA (AREA OF RESPONSIBILITY OF THE RUSSIAN FEDERATION) STRATIFICATION FOR TRAWL SURVEYS

© 2013 y. T.I. Bulgakova¹, V.K. Babayan¹, D.A. Vasilyev¹,

A.I. Mikhailov¹, I.A. Safaraliev²

1 – Russian Federal Research Institute of Fisheries and Oceanography, Moscow

2 – The Caspian scientific research institute of a fish economy, Astrakhan

Methodological aspects of survey planning and processing with an example for the Northern Caspian Sea are considered. An example of region stratification and the procedure of estimation of density of Russian sturgeon (*Acipenser gueldenstaedtii*) by strata and their precision is presented.

Key words: stratificated survey, Russian sturgeon, the Caspian Sea, stock assessment.