

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЫБОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 57.087.23

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ СЕЛЕКТИВНОСТИ ЖАБЕРНЫХ СЕТЕЙ

© 2013 г. Ф. С. Лобырев, Е. А. Криксунов, А. Е. Бобырев*, В. А. Бурменский

Московский государственный университет им. Ломоносова, Москва, 119992

** Институт проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова, Москва, 119071*

Поступила в редакцию 27.06.2012 г.

Окончательный вариант получен 19.11.2012 г.

Селективность жаберной сети определяется на основе физической модели взаимодействия рыбы и сети. Ключевым моментом подхода является описание процессов 1) попадания рыбы в ячею и 2) удержания рыбы в ячее. Анализ механики процесса взаимодействия рыбы и сети дает основу для вывода математических функций, описывающих вероятности а) попадания рыбы в ячею и б) удержания в ней. Выдвинуто предположение о природе мономодальных и полимодальных распределений частот размерных групп в улове.

Ключевые слова: жаберная сеть, селективность, модель, частоты размерных групп, размерный класс.

ВВЕДЕНИЕ

Получение достоверных оценок селективности жаберных сетей во многом способствует решению различных промыслово-биологических задач применительно к малым водоемам или участкам водосмов, где затруднено или невозможно использование отцеживающих орудий лова.

Селективность, или относительная уловистость, жаберной сети определяется как доля уловленных сетью рыб некоторой размерной группы l_n от количества прикоснувшихся к сети рыб размерной группы l_n ; и эта доля численно равна вероятности удержания рыбы данного размера (Баранов, 1939; Hamley, 1975).

Впервые определение селективности было дано Ф. И. Барановым; им же было выдвинуто предположение о том, что кривая селективности описывается функцией нормального (Гауссовского) распределения. Основой для такого предположения (по словам самого Баранова, нуждающегося в дальнейшем уточнении) послужила характерная форма кривых уловов жаберных сетей (Баранов, 1939). В дальнейшем на основании анализа уловов различного состава были предприняты попытки описания кривой селективности другими видами математических функций: экспонентной, логнормальной функциями, гамма-функцией, бинормальным распределением (Holt, 1963; Риккер, 1979; Helser et al., 1991; Alam et al., 1993; Millar, Fryer, 1999; Mahon et al., 2000; Hovgard, 2002; Tanaka, 2002; Tang et al., 2010). Выбор типа теоретической кривой селективности при таком подходе опирался на внешние признаки распределения частот размерных групп в улове без особых попыток объяснить физическую сущность процесса улавливания рыбы жаберной сетью.

Известно, что, если имеется ряд точек на плоскости координат, нетрудно подобрать такое уравнение, где изображающая его кривая пройдет через все за-

данные точки. Существуют методы, позволяющие получить подобное уравнение, например, в виде многочлена. Однако такое описание данной совокупности точек было бы чисто формальным, поскольку происхождение каждого эмпирического распределения обусловлено какими-то определенными естественными причинами. Задача состоит в том, чтобы представить себе, за счет каких причин могло получиться найденное распределение, а затем, исходя из сделанного предположения, вывести математическую функцию (Урбах, 1964).

Цель работы – математическое описание кривой селективности на основе анализа механики взаимодействия рыбы с жаберной сетью. Актуальность задачи связана с получением адекватных оценок количественного и качественного состава облавливаемой совокупности (стада), необходимых для решения соответствующих промыслово-биологических задач, а также с рассмотрением ряда частных вопросов, не разрешимых в рамках общепринятой теории.

МОДЕЛЬ

Опишем взаимодействие рыбы с сетью следующим образом. Пусть рыба данного вида и размера коснулась выставленной сети. По результату касания существует два различных исхода: 1) рыба попадает в ячею (объясывается) и 2) не попадает в ячею (отходит от сети). Если рыба попала в ячею, судьба ее такова, что она: а) удерживается в ячее (и входит в состав улова) или б) проясывается и уходит. Таким образом, чтобы рыба вошла в состав улова, она должна А) попасть в ячею и Б) удержаться в ячее.

Представим физические модели данных процессов и опишем вероятность реализации каждого отдельного события.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ В ЯЧЕЮ

В данной модели имеют место следующие допущения: а) движение рыбы носит хаотический характер, б) рыба имеет равную вероятность коснуться выставленной сети под любым углом, в) рыба движется в горизонтальной плоскости (отсутствуют вертикальные миграции), г) сеть для рыбы невидима.

Положим, что рыба размерной группы l_n с равной вероятностью может коснуться сети шага ячеи μ под любым углом в интервале $(0; \pi/2]$. Тогда всю совокупность углов интервала $(0; \pi/2]$ можно разбить на две группы: 1) углы, под которыми рыба, касаясь сети, попадает в ячею, и 2) углы, под которыми рыба, касаясь сети, не попадает в ячею.

Рассмотрим два предельных случая. Если при касании продольная ось тела рыбы образует с плоскостью сетного полотна прямой угол, рыба наверняка попадет в ячею. С другой стороны, если ось тела рыбы при касании образует с полотном сети угол, близкий к нулю, рыба в ячею не зайдет (аналог движения по касательной). Следовательно, между крайними угловыми величинами существует некий *пороговый* угол $\alpha_{\text{порог}}$, принадлежащий интервалу $(0; \pi/2]$ и являющийся пограничным для двух совокупностей углов. Тогда рыба попадает в ячею, если при касании сети продольная ось тела образует с плоскостью сетного полотна угол, *большой* $\alpha_{\text{порог}}$.

Вывод функции

Пусть $[\alpha_{\text{порог}}; \pi/2]$ – диапазон углов, под которыми рыба, касаясь сети, попадает в ячею. По теории вероятность попадания в произвольную часть некоторой области пропорциональна ее площади, длине или объему (Кендалл, Моран, 1972; Сантало, 1983). Тогда имеет место следующее утверждение: *вероятность $P_{d,AB}$ попадания рыбы размерного класса l_n в ячею пропорциональна величине «порогового» угла $\alpha_{\text{порог}}$ и описывается соотношением:*

$$P_{(d,AB)} = \frac{\pi/2 - \alpha_{\text{порог}}}{\pi/2} \quad (1)$$

Величину $\alpha_{\text{порог}}$ можно определить из следующих соображений. Рыба попадает в ячею в том случае, если передняя часть головы (кончик рыла) заходит в ячею раньше, чем рыба касается нити ячеи покровами тела. (Например, движение рыбы по касательной к сети не ведет к выполнению этого условия.) Тогда искомый угол в первом приближении может быть определен по положению рыбы относительно сети, при котором рыба одновременно касается ячеи кончиком рыла и жаберной крышкой. При таком касании продольная ось тела образует с плоскостью сетного полотна $\alpha_{\text{порог}}$.

Выражая $\alpha_{\text{порог}}$ через соответствующую морфометрию тела рыбы и параметры, определяющие физические характеристики ячеи, имеем функцию вида:

$$\alpha_{\text{порог}} = \arcsin \left(\frac{d_{l,n}}{AB_{\mu,\gamma}} \right) \quad (2)$$

где d – половина толщины тела рыбы в области касания сети жаберной крышкой; AB – расстояние между противолежащими узлами ячеи в горизонтальной плоскости, определяемое в свою очередь 1) шагом ячеи μ и 2) углом γ между нитями ячеи в вертикальной плоскости, задаваемым посадочным коэффициентом (рис. 1).

Формула (2) описывает величину $\alpha_{\text{порог}}$ для случая, когда сеть представляет собой жесткую нерастяжимую конструкцию. Однако в естественных ус-

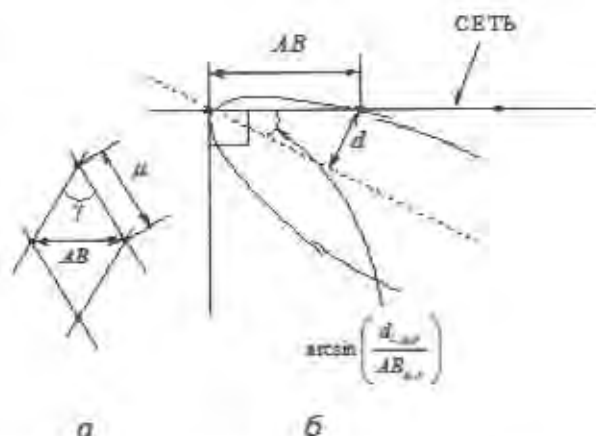


Рис. 1. Параметры, определяющие физические характеристики ячеи, (а) и касание рыбы сети под углом $\alpha_{\text{порог}}$, выраженным через параметры d и AB (б).

Fig. 1. Parameters of physical characteristics of mesh (a) and contact of the fish with the gillnet at angle $\alpha_{\text{порог}}$ as expressed with the d and AB parameters (b).

ловиях сеть обладает значительной эластичностью и имеет свойство деформироваться при ударе в нее рыбы. С учетом деформации формула (2) принимает следующий вид:

$$\alpha_{\text{вероят. (деформ.)}} = \arcsin\left(\frac{d_{l,\mu,z}}{AB_{\mu,z}}\right) \times k_{\text{деформ.}} \quad (3)$$

где $k_{\text{деформ.}}$ — коэффициент деформации сети при ударе в нее рыбы (Приложение 1). Подставляя в формулу (1) выражение (3), получаем формулу для расчета вероятности $P_{d,AB}$ попадания рыбы размерного класса l_n в ячею:

$$P_{(d,AB)} = 1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin\left(\frac{d_{l,\mu,z}}{AB_{\mu,z}}\right) \right] \times k_{\text{деформ.}} \quad (4)$$

Следует отметить, что формула (4) описывает вероятность попадания в ячею рыбы *одной* размерной группы. Для описания распределения вероятностей попадания в ячею рыб из некоторого *интервала* размерных групп опишем соответствующими функциями динамику величин параметров d , AB и $k_{\text{деформ.}}$. Тогда формула (4) имеет следующий вид:

$$P_{(d,AB)} = 1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin\left(\frac{f(x)}{f(y)}\right) \right] \times f(z), \quad (5)$$

где $f(x)$, $f(y)$ и $f(z)$ — соответственно функции распределения величин параметра d , параметра AB и коэффициента $k_{\text{деформ.}}$ для рыб из интервала наблюдаемых размерных групп (Приложение 2). Таким образом, график функции (5) есть кривая, монотонно убывающая от некоторого ненулевого (строго меньше единицы) значения до нуля (рис. 2).

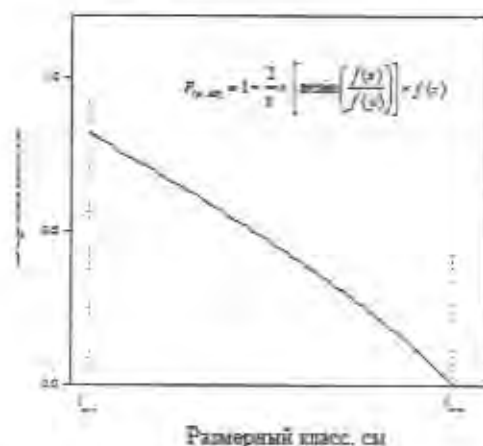


Рис. 2. Кривая функции распределения вероятности $P_{d,AB}$ попадания в ячею.

Fig. 2. The probability $P_{d,AB}$ distribution curve.

ВЕРОЯТНОСТЬ УДЕРЖАНИЯ В ЯЧЕЕ

Морфометрической характеристикой, величина которой определяет удержание рыбы в ячее, является обхват тела в наиболее широкой части L_G (далее «максимальный обхват»). Если максимальный обхват L_G превышает периметр ячеи $4 \cdot \mu$,

то рыба удержится в ячее; в противном случае рыба проявится. Иначе говоря, условие удержания в ячее есть $L_G > 4 \cdot \mu$.

Пусть совокупность разноразмерных рыб одного вида облавливается сетью шага ячее μ , и часть рыб попала в ячею. Опишем процессы удержания/проявления в порядке убывания величин размерных групп, вошедших в состав улова.

Пусть l_{max} – наибольшая размерная группа рыб, попавших в ячею. Тогда в интервале от l_{max} вплоть некоторой «пороговой» $l_{порог}$ размерной группы включительно рыба меньшего размера удерживается в ячее так же хорошо, как и рыба большего размера. Иначе для всех рыб из интервала $[l_{порог}, l_{max}]$ имеет место неравенство $L_G > 4 \cdot \mu$, причем при уменьшении линейных размеров рыбы $L_G > 4 \cdot \mu$.

Начиная со следующей после $l_{порог}$ размерной группы, в совокупности появляются рыбы, для которых $L_G \leq 4 \cdot \mu$. (Такие рыбы обязательно появляются, поскольку, с одной стороны, уменьшение длины рыбы коррелирует с уменьшением объема тела, с другой – каждый размерный класс характеризуется разбросом величин длин и объемов тела, а следовательно, и разбросом величин L_G .) В этом случае уже не все рыбы удержатся в ячее – часть их проявится. При дальнейшем уменьшении величин размерных групп удержанной рыбы окажется все меньше и меньше, пока в пределе не окажется размерная группа, из которой ни одна рыба не удержится в ячее.

Вывод функции

Пусть N – количество рыб размерной группы l_m , попавших в ячею шага μ ; а n – количество рыб размерной группы l_n , удержанных в ячее, причем $0 < n \leq N$. Тогда доля $P_{(L_G > 4 \cdot \mu)}$ удержанных рыб из числа попавших в ячею описывается соотношением $\left(\frac{n}{N}\right)$, где $0 < \left(\frac{n}{N}\right) \leq 1$. (Доля $\left(\frac{n}{N}\right)$ численно равна вероятности удержания

рыбы в ячее (Кендалл, Моран, 1972; Сантало, 1983). Отсюда график функции распределения вероятности $P_{(L_G > 4 \cdot \mu)}$ удержания в ячее имеет вид кривой, возрастающей от 0 до 1, и далее выходящей на «плато». Выход функции на «плато» подразумевает то, что начиная с некоторой размерной группы $l_{порог}$ рыба перестает проявляться (Приложение 3).

На основании вышеизложенного распределение вероятности $P_{(L_G > 4 \cdot \mu)}$ удержания в ячее формально может быть описано логистической функцией вида

$$P_{(L_G > 4 \cdot \mu)} = \frac{1}{1 + \exp(-q_\mu \times (l_n - k_\mu))}, \quad (6)$$

где q_μ – параметр, задающий величину интервала $[l_{min}, l_{порог}]$ размерных групп, в пределах которого имеет место проявление; k_μ – параметр, определяющий величину наименьшей размерной группы l_{min} , вошедшей в состав улова (рис. 3).

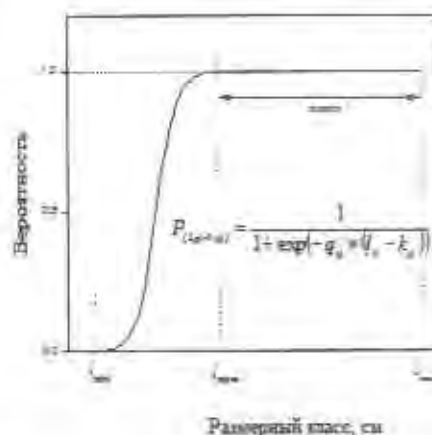


Рис. 3. Кривая функции распределения вероятности $P_{(L_G > 4 \cdot \mu)}$ удержания в ячее.

Fig. 3. The probability P_{dAB} distribution curve.

СЕЛЕКТИВНОСТЬ СЕТИ

По Баранову (Баранов, 1939) и Хамли (Hamley, 1975), селективность жаберной сети численно равна доле уловленных сетью рыб от общего количества рыб, прикоснувшихся к орудию лова. Эта доля последовательно извлекается процессами попадания в ячею и удержания в ячее и в соответствии с вероятностными законами определяется *произведением* вероятностей (1) $P_{д.АВ}$ попадания в ячею и (2) $P_{(L_c > 4 \cdot \mu)}$ удержания в ячее. Отсюда селективность $P_{д.АВ} \cdot P_{(L_c > 4 \cdot \mu)}$ сети шага μ для рыб из интервала наблюдаемых размерных групп описывается следующей функцией:

$$P_{(д.АВ)} \cdot P_{(L_c > 4 \cdot \mu)} = \left(1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin \left(\frac{f(x)}{f(y)} \right) \right] \times f(z) \right) \times \left(\frac{1}{1 + \exp(-q_n \times (l_n - k_n))} \right). \quad (7)$$

График функции (7) на интервале наблюдаемых размерных групп имеет вид одновершинной куполообразной асимметричной кривой (рис. 4).

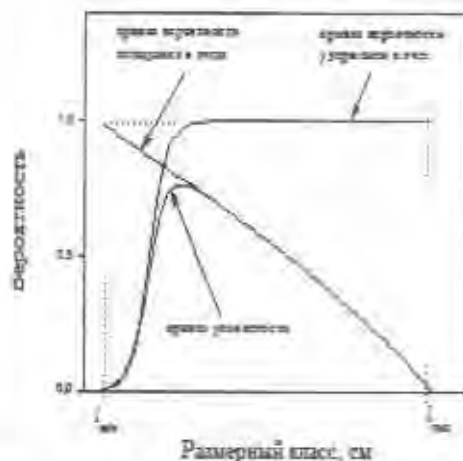


Рис. 4. Кривая селективности как результирующая функция произведения функций вероятностей попадания в ячею и удержания в ячее.

Fig. 4. Gillnet selectivity curve as a function of product of probabilities of getting into mesh and retention in mesh.

АНАЛИЗ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вышеизложенные представления о кривой селективности жаберных сетей, очевидно, отличаются от таковых в трактовке Ф. И. Баранова и других авторов. Главное отличие состоит в том, что функция, описывающая кривую селективности, является *произведением* функций, задающих распределение вероятностей реализации событий 1) «рыба зашла в ячею» и 2) «рыба удержана в ячее». Следовательно, природа найденного распределения не имеет ничего общего с природой формирования частот, распределенных по нормальному закону.

Еще одно отличие связано с максимумом кривой селективности; в классическом представлении кривая селективности, как правило, нормирована по максимуму на единицу (Баранов, 1939; Millar, Fryer, 1999; Mahon et al., 2000; Fujimori,

Tokai, 2001; Tanaka, 2002; Santos et al., 2003). В рамках разработанного подхода максимальная селективность даже для рыб из наиболее хорошо улавливаемой («оптимальной») размерной группы всегда меньше единицы. Последнее утверждение непротиворечиво – логично предположить, что ни одна совокупность рыб, коснувшись сети, не улавливается с вероятностью 1.

В то же время разработанный подход дает возможность решать вопросы, не разрешимые на основании общепринятой теории.

Об одинаковой селективности различных размерных групп одной совокупности

Исходя из представления о кривой селективности как функции нормального, логнормального, гамма-функции и др. распределений, невозможно объяснить следующий факт.

Пусть кривая селективности задана любой из вышеуказанных функций, например, функцией нормального распределения. Тогда в интервале размерных групп, вошедших в состав улова, существуют отличающиеся по величине пары размерных групп l_1 и l_2 (симметричные относительно модального размерного класса l_{mod}) – такие, по отношению к которым селективность сети *одинакова* (рис. 5а). Причины одинаковой селективности в этом случае остаются скрытыми.

С позиции разработанной теории решение этого вопроса не представляет сложности. Очевидно, что в обоих случаях вклады вероятностей 1) попадания в ячею и 2) удержания в ячею различны, тогда как величины произведения этих вероятностей для групп l_1 и l_2 оказываются равными (рис. 5б).

Действительно, для рыб меньшей размерной группы l_1 низкая вероятность удержаться в ячею компенсируется высокой вероятностью попадания в ячею. Наоборот, для рыб большей размерной группы l_2 низкая вероятность попадания в ячею восполняется высокой вероятности удержаться в ячею.

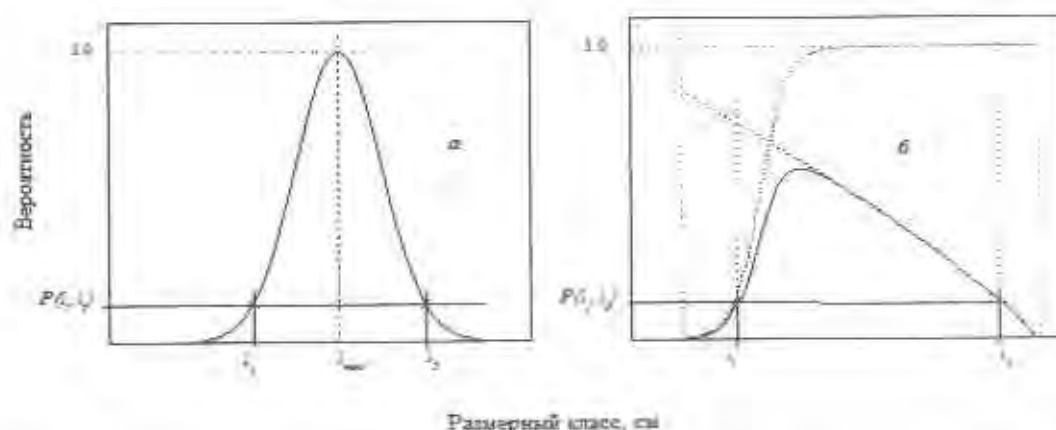


Рис. 5. Кривая селективности, описываемая функцией нормального распределения (по: Баранов, 1939) (а), и как произведение функций распределения вероятностей попадания в ячею и удержания в ней (б).

Fig. 5. Selectivity curve described by the normal function (Baranov, 1939) (a) and as product of functions of probability of getting into meshes and retaining in mesh (b).

О форме кривой селективности

О полимодальности (многовершинности) кривой селективности в литературе упоминается в том случае, когда анализируют уловы, кривые которых имеют два или более характерных пика (Изнанкин, 1959; Millar, Fryer, 1999; Fujimori, Tokai, 2001; Erzini et al., 2006; Sbrana, 2007; Cemal, Bahar, 2008; Fabi, Grati, 2008; Saadet, Erk, 2008).

Однако описание механизмов возникновения такого рода распределений отсутствует. Рассмотрим этот вопрос, исходя из следующих соображений.

Пусть облавливаемая совокупность состоит из рыб одного вида и одного возраста. Если условия роста у всех особей схожие, распределение частот размерных групп в одновозрастной совокупности будет куполообразным, более или менее симметричным (рис. 6а) (Чугунова, 1959; Uchmanski, 1985; Gunderson, 1987; Lin Lai, Kimura, Chikuni, 1987; Uchmanski, Dgebuadze, 1990; Дгебуадзе, 2001; Salthaug, 2003; Carlson et al, 2010). В случае когда в одновозрастной совокупности рыб 1-го года жизни происходит дифференцировка на быстро- и медленно растущие формы (как, например, у снетка *Osmerus eperlanus* (Лапин, 1971)), каждое распределение частот размерных групп тугорослых и быстрорастущих форм одного возраста будет описываться своей куполообразной кривой (рис. 6б).

Если совокупность состоит из рыб, принадлежащих к двум и более возрастным группам, результирующее распределение будет иметь особенности, также связанные с характером (темпом) роста. При низких темпах роста модальные размерные группы в распределении различных возрастов не будут сильно отличаться друг от друга. В этом случае результирующая кривая частот всех размерных групп всех возрастов в совокупности будет одновершинной куполообразной, как и в случае одновозрастной группировки (рис. 6в). Если же темпы роста достаточно

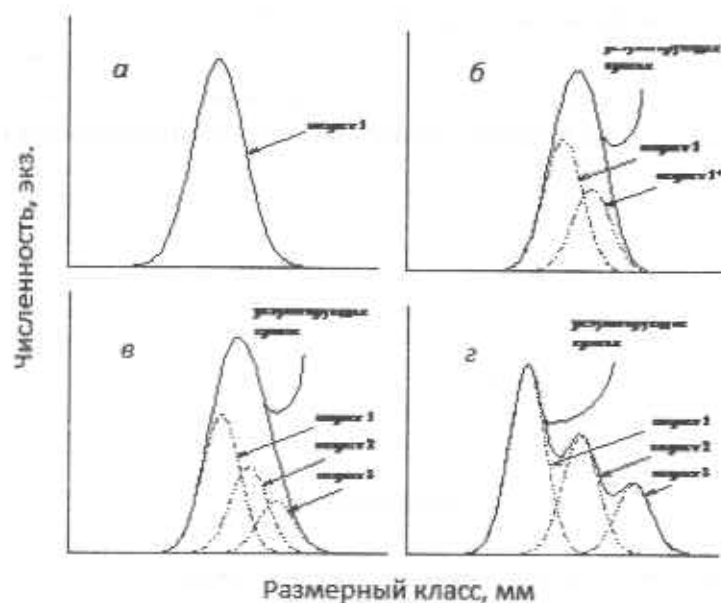


Рис. 6. Распределение частот размерных групп в четырех типах совокупностей.

Fig. 6. Length frequency distribution of four types of sets.

высоки, общее распределение частот будет иметь свои характерные пики, соответствующие определенным возрастам (рис. 6з).

Таким образом, существуют четыре основных типа распределения частот размерных групп рыб одного вида в облавливаемой совокупности:

1. Одновершинное распределение частот одной возрастной группы (рис. 6а);
2. Одновершинное распределение частот одной возрастной группы при наличии в совокупности быстро- и медленно растущих форм (6б);
3. Одновершинное распределение частот нескольких возрастных групп (рис. 6в);
4. Многовершинное распределение частот нескольких возрастных групп (рис. 6з).

Опишем процесс формирования улова для простейшего случая, когда облавливается одновозрастная группировка рыб одного вида, распределение частот размерных групп в которой в первом приближении имеет вид куполообразной симметричной кривой. Зададим распределение $f(\lambda)$ частот длин рыб в одновозрастной группировке функцией нормального (Гауссовского) распределения вида

$$f(\lambda) = h \times \exp\left(-\frac{(l_n - l_{mod})^2}{2\sigma^2}\right), \quad (8)$$

где l_{mod} – параметр, определяющий значение модальной размерной группы в облавливаемой совокупности; σ – параметр, определяющий количество размерных групп в совокупности; h – параметр, определяющий частоту (численность) модальной размерной группы в совокупности.

Допущение о нормальности распределения частот длин в одновозрастной совокупности физически обосновано, поскольку при развитии рыб одного возраста в сходных условиях обитания имеют место случайные отклонения значений длины и массы отдельных особей от среднего значения (Uchmanski, 1985). Следует отметить, что распределение частот в совокупности также может быть описано любой другой подходящей для этого функцией.

Пусть частоты размерных групп рыб, прикоснувшихся к сети, отражают частоты размерных групп в совокупности. Тогда на основании определения селективности (Баранов, 1939; Hamley, 1975) справедливо следующее утверждение: *численность (частота) рыб размерной группы l_n в улове сети шага ячеи μ формируется как произведение 1) численности (частоты) рыб размерной группы l_n коснувшихся сети, на 2) селективность сети по отношению к рыбам размерной группы l_n* . Отсюда функция $f(\Lambda)$ распределения численности рыб в улове из интервала наблюдаемых размерных групп имеет следующий вид:

$$f(\Lambda) = \left(h \times \exp\left(-\frac{(l_n - l_{mod})^2}{2\sigma^2}\right) \right) \times \left(1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin\left(\frac{f(x)}{f(y)}\right) \right] \times f(z) \right) \times \exp\left(\frac{1}{1 + \exp(-q_u \times (l_n - k_u))}\right), \quad (9)$$

где Λ – распределение частот размерных групп рыб, прикоснувшихся к сети; $B \times C$ – селективность сети по отношению к интервалу данных размерных групп. Следовательно, в случае облова одновозрастной совокупности кривая улова,

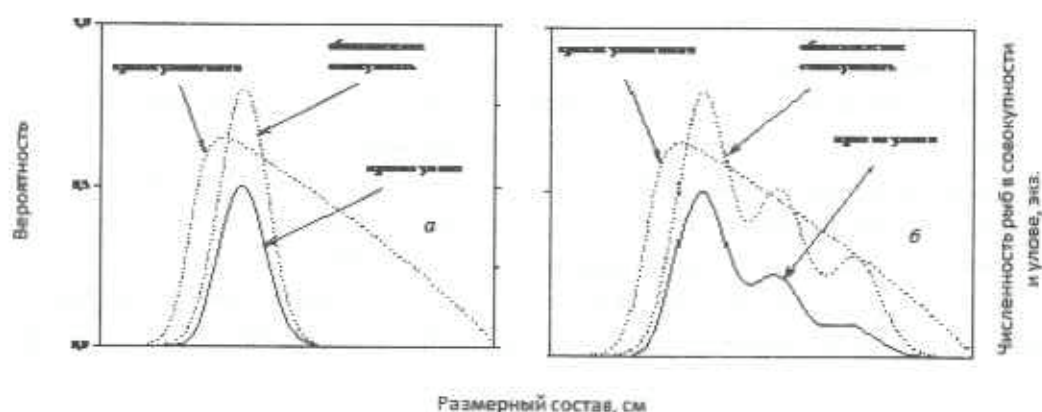


Рис. 7. Мономодальное (а) и полимодальное (б) распределения частот размерных групп в улове при облове совокупностей разных типов.

Fig. 7. Unimodal (a) and polymodal (b) length frequency distributions in different catch patterns.

описываемая функцией (9), имеет вид одновершинной куполообразной кривой (рис. 7а).

При наличии в облавливаемой совокупности нескольких возрастных групп возрастная неоднородность задается суммой функций нормального распределения, каждая из которых описывает распределение частот в соответствующей возрастной группе. В зависимости от темпов роста рыбы кривая улова или одновершинная куполообразная (рис. 7а), или имеет свои характерные пики (рис. 7б).

Таким образом, существуют две основных формы кривых улова:

1) одновершинная (мономодальная) кривая улова в случае одновершинного распределения частот в облавливаемой совокупности;

2) многовершинная (полимодальная) кривая улова в случае многовершинного распределения частот в облавливаемой совокупности.

Подводя итог вышесказанному, сформулируем следующее утверждение: *количественный и качественный состав улова в равной мере определяется как физическими параметрами сети, так и физическими характеристиками облавливаемой совокупности*. В то же время наличие обособленных пиков в распределении частот размерных групп в улове является следствием относительного обилия частот размерных групп в совокупности, а не полимодальностью кривой селективности. Функция, описывающая кривую селективности, имеет только один максимум.

ВЫВОДЫ

Функция, описывающая селективность жаберной сети, является произведением функций вероятности 1) попадания рыбы в ячею и 2) удержания рыбы в ячее. Функция селективности жаберной сети имеет только один максимум.

Физическая природа кривой селективности как распределения вероятностей отлична от природы формирования частот, распределенных по нормальному закону.

Количественный и качественный состав улова в равной мере определяется как физическими параметрами сети, так и физическими характеристиками облавливаемой совокупности.

Многовершинность (поли-modalность) кривой улова есть следствие много-
вершинности распределения частот в облавливаемой совокупности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Баранов Ф. И. Теория и расчет орудий рыболовства. М.: Пищепромиздат, 1939. С. 461.
- Джебуадзе Ю. Ю. Экологические закономерности изменчивости роста рыб. М.: Наука, 2001. С. 278.
- Изнаишия Ю. А. Селективность жаберных сетей // Тр. ВНИРО. 1959. Т. 41. С. 124 – 135.
- Кендалл М., Моран П. Геометрические вероятности. М.: Наука, 1972. С. 192.
- Лапин Ю. Е. Закономерности динамики популяций рыб в связи с длительностью их жизненного цикла. М.: Наука, 1971. С. 175.
- Риккер У. Е. Методы оценки и интерпретация биологических показателей популяций рыб. М.: Пищ. пром-сть, 1979. С. 408.
- Сантало Л. Интегральная геометрия и геометрические вероятности. М.: Наука, 1983. С. 360.
- Сечин Ю. Т. Математическая модель кривой относительной селективности жаберных сетей. // Рыб. хоз-во. 1969. № 9. С. 56–58.
- Урбах В. Ю. Биометрические методы. М.: Наука, 1964. С. 417.
- Чугунова Н. И. Руководство по изучению возраста и роста рыб. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 164.
- Alam M. K., Maughan O. E., Mirza M. R. Gill net vulnerability model to estimate fish abundance // Pakistan J. Zool. 1993. V. 25. №. 2. P. 143–147.
- Carlson S., Kottas A., Mangel M. Bayesian analysis of size-dependent overwinter mortality from size-frequency distributions // Ecology. 2010. V. 91. № 4. P. 1016–1024.
- Cemal Dinçer A., Bahar M. Multifilament Gillnet Selectivity for the Red Mullet (*Mullus barbatus*) in the Eastern Black Sea Coast of Turkey, Trabzon // Turkish J. Fisheries Aquatic Sci. 2008. V. 8. P. 355–359.
- Erzini K., Goncalves J., Bentes L. et al. Size selectivity of trammel nets in southern European small-scale fisheries // Fish. Res. 2006. V. 79. P. 183–201.
- Fabi G., Grati F. Selectivity of gill nets for *Solea solea* (Osteichthyes: Soleidae) in the Adriatic Sea // Scientia Marina. 2008. V. 72. № 2. P. 253–263.
- Fujimori Y., Tokai T. Estimation of gillnet selectivity curve by maximum likelihood method // Fish. Sci. 2001. V. 67. P. 644–654.
- Hamley J. M. Review of gillnet selectivity // J. Fish. Res. Board Canada. 1975. V. 32. №. 11. P. 1943–1969.
- Helser T. E., Condrey R. E., Geaghan J. P. A new method of estimating gillnet selectivity, with an example for spotted seatrout, *Cynoscion nebulosus* // Canad. J. Fish. Aquatic Sci. 1991. V. 48. № 3. P. 487–492.
- Holt S. J. A method for determining gear selectivity and its application // ICNAF Special Publ. 1963. V. 5. P. 106–115.
- Hovgård H. A. Two-step approach to estimating selectivity and fishing power of research gill nets used in Greenland waters // Canad. J. Fish. Aquatic Sci. 2002. V. 59. № 4. P. 1007–1013.

Kimura D., Chikuni S. Mixtures of Empirical Distributions: An Iterative Application of the Age-Length Key // *Biometrics*. 1987. V. 43. № 1. P. 23–35.

Lin Lai H., Gunderson D. Effects of Ageing Errors on Estimates of Growth, Mortality and Yield per Recruit for Walleye Pollock (*Theragra chalcogramma*) // *Fish. Res.* 1987. V. 5. P. 287–302.

Mahon R., Khokiattiwon, S., Oxenfor, H. Selectivity of experimental gillnets for fourwing flyingfish, *Hirundichthys affinis*, of Barbados // *Environ. Biol. Fishes*. 2000. V. 59. № 4. P. 459–463.

Millar R., Fryer R. Estimating the size-selection curves of towed gears, traps, nets and hooks // *Rev. Fish Biol. Fish.* 1999. V. 9. № 1. P. 89–116.

Saadet F., Erk H. Gill net and trammel net selectivity in the northern Aegean Sea, Turkey // *Scientia Marina*. 2008. V. 72. № 3. P. 527–540.

Salthaug A. Dynamic age-length keys // *Fish. Bull.* 2003. № 101. P. 451–456.

Santos M., Gaspar M., Monteiro C., Erzini K. Gill net selectivity for European hake *Merluccius merluccius* from southern Portugal: applications for fishery management // *Fish. Sci.* 2003. V. 69. P. 873–882.

Sbrana M., Belcari P., De Ranieri S. et al. Comparison of the catches of European hake (*Merluccius merluccius*, L. 1758) taken with experimental gillnets of different mesh sizes in the northern Tyrrhenian Sea (western Mediterranean) // *Scientia Marina*. 2007. V. 71. № 1. P. 47–56.

Tanaka E. A. Method for calculating numerical estimates of gear selectivity curve // *Fish. Sci.* 2002. V. 68. P. 1081–1087.

Tang Y., Huang L., Ge C. et al. A new algorithm for estimating gillnet selectivity // *Chinese J. Oceanol. Limnol.* 2010. V. 28. № 2. P. 274–279.

Uchmanski J. Differentiation and frequency distribution of body weight in plants and animals // *Philosoph. Transact. Royal Soc. London*. 1985. V. 310. № 1142. P. 1–75.

Uchmanski J., Dgebuadze J. Factors affecting skewness of weight distribution in even-aged population: numerical example // *Polish Ecol. Study*. 1990. V. 16. № 3. 297–311.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Положим, что одна и та же рыба касается двух одинаковых сетей под углом $\alpha \approx \alpha_{\text{порог}}$ к плоскости сетного полотна с той лишь разницей, что одна сеть представляет собой жесткую конструкцию, другая же обладает естественной эластичностью. Тогда при деформации эластичной сети передняя часть тела рыбы оказывается в конусовидной воронке и дальнейшее поступательное движение ведет к обьячеиванию. Следовательно, можно говорить о том, что в общем случае вероятность обьячеивания при одном и том же угле касания выше для эластичной сети.

Пусть $\alpha_{\text{порог}}$ – пороговый угол касания жесткой сети, $\alpha_{\text{порог(деформ.)}}$ – пороговый угол касания эластичной сети. Тогда, справедливо следующее утверждение: **величина $\alpha_{\text{порог}}$ для жесткой сети закономерно больше величины $\alpha_{\text{порог(деформ.)}}$ для эластичной сети; соответственно градусная мера диапазона углов захода в ячею для жесткой сети меньше, чем для эластичной сети.**

Очевидно, что деформация сети тем сильнее, чем больше импульс рыбы – векторная величина, равная произведению массы на скорость. Пусть $k_{\text{деформ.}}$ – коэффициент деформации сети при ударе в нее рыбы. (Поскольку степень деформации

сети зависит от угла касания, $k_{\text{деформ.}}$ усреднен по всей совокупности углов равновероятного касания рыбы сети.) Тогда можно говорить о том, что *степень деформации сетного полотна прямо пропорциональна величине импульса рыбы и обратно пропорциональна коэффициенту деформации сети $k_{\text{деформ.}}$* .

Действительно, чем меньше масса пришедшей в контакт с сетью рыбы, тем меньше деформация сети – в этом случае величина $k_{\text{деформ.}}$ близка к 1. С увеличением импульса рыбы деформация сети возрастает; соответственно $k_{\text{деформ.}}$ изменяется в сторону уменьшения своего значения.

Переход от $\alpha_{\text{вероят.}}$ к $\alpha_{\text{вероят. (деформ.)}}$ осуществляется через $k_{\text{деформ.}}$ таким образом, что

$$\alpha_{\text{вероят. (деформ.)}} = \alpha_{\text{вероят.}} \times k_{\text{деформ.}} \quad (10)$$

причем $0 < k_{\text{деформ.}} < 1$. Отсюда формула (2) с учетом (10) имеет следующий вид:

$$\alpha_{\text{вероят. (деформ.)}} = \left[\arcsin \left(\frac{d_{l, \mu, \gamma}}{AB_{\mu, \gamma}} \right) \right] \times k_{\text{деформ.}} \quad (11)$$

Подставляя в формулу (1) величину $\alpha_{\text{вероят. (деформ.)}}$ получаем формулу (4) расчета вероятности $P_{(d, AB)}$ попадания рыбы размерного класса l_n в ячейку эластичной сети:

$$P_{(d, AB)} = 1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin \left(\frac{d_{l, \mu, \gamma}}{AB_{\mu, \gamma}} \right) \right] \times k_{\text{деформ.}}$$

Приложение 2. Для расчета вероятности попадания в ячейку рыбы из некоторого интервала размерных групп определим следующие функции:

1) Параметр AB есть основание равнобедренного треугольника, боковые стороны которого образованы нитями ячеек длины μ , а угол γ при вершине задан посадочным коэффициентом (рис. 1а). Тогда зависимость величины AB от параметров μ и γ через теорему косинусов описывается функцией вида

$$AB = \mu \times \sqrt{2 \times (1 - \cos \gamma)},$$

2) Параметр d как линейная характеристика, очевидно, возрастает с увеличением длины рыбы (рис. 1б). Зависимость величины d от длины рыбы l_n в пределах интервала наблюдаемых размерных групп опишем, например, (возрастающей) линейной функцией вида

$$d = a \times l_n + b,$$

где a и b – коэффициенты, полученные опытным путем.

3) Величина $k_{\text{деформ.}}$, как показано выше, убывает с увеличением длины/массы рыбы. Зависимость величины $k_{\text{деформ.}}$ от длины тела рыбы l_n в пределах интервала наблюдаемых размерных групп опишем, например, (убывающей) линейной функцией вида

$$k_{\text{деформ.}} = -i \times l_n + j,$$

где i и j – коэффициенты, полученные опытным путем.

С учетом вышеизложенного функция (5) принимает следующий вид:

$$P_{(d, AB)} = 1 - \frac{2}{\pi} \times \left[\arcsin \left(\frac{a \times l_n + b}{\mu \times \sqrt{2 \times (1 - \cos \gamma)}} \right) \times (-i \times l_n + j) \right], \quad (12)$$

Приложение 3. Опишем изменение доли удержанных в ячее рыб (от числа прикоснувшихся к сети) с увеличением величины размерного класса, исходя из следующих соображений. Определим следующие зависимости:

1) Для интервала наблюдаемых размерных групп опишем зависимость среднего значения \bar{L}_G (параметра L_G) от величины размерной группы нелинейной функцией общего вида $f(l) = \bar{L}_G$.

2) Поскольку каждая размерная группа l_n характеризуется как своим средним значением \bar{L}_G , так и отклонением от среднего значения, для каждой l_n зададим распределение частот случайной величины L_G некоторой функцией, например функцией нормального распределения (Сечин, 1969). (Распределение частот может быть описано любой физически обоснованной функцией: логнормальной, гамма-функцией, пуассоновским распределением и др. – в зависимости от характера наблюдаемого распределения.)

3) Периметр ячее 4μ соответствует тому «пороговому» максимальному обхвату $L_{G\text{порог}}$ тела рыбы, величина которого является «пограничной» между величинами $L_G > 4\mu$ (рыба удерживается в ячее) и $L_G \leq 4\mu$ (рыба проясчивается). Поскольку величина $L_{G\text{порог}}$ 1) задана шагом ячее и 2) для всех размерных групп является одинаковой, зависимость $L_{G\text{порог}}$ от длины рыбы опишем линейной функцией вида $g(l) = C$, где $C = 4\mu = L_{G\text{порог}}$.

Представим графически определенные выше функции. Пусть фигура Ω , образованная вертикальным отрезком BE и кривой функции нормального распределения частот L_G , пересекается прямой $g(l) = L_{G\text{порог}}$ в точках D и A (рис. 8). Оценим долю $\left(\frac{n}{N}\right)_{l_n}$ удержанных рыб размерного класса l_n следующим образом.

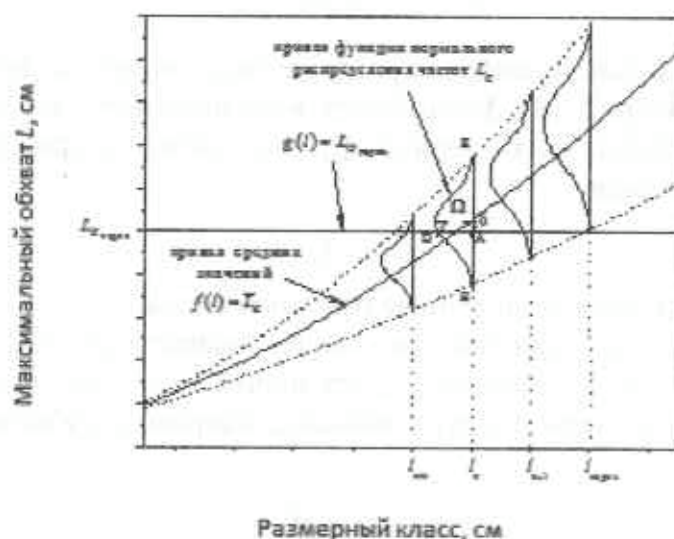


Рис. 8. Нормальные распределения значений вариант параметра L_G для некоторого диапазона размерных групп, пересекаемые функцией $g(l) = L_{G\text{порог}}$, задающей «пороговый» максимальный обхват.

Fig. 8. The normal distributions of L_G variance values for some range of length classes, crossed by the function $g(l) = L_{G\text{порог}}$ of «threshold» maximum girth.

Отрезок DA прямой $g(l) = L_{G_{\text{порог}}}$ делит фигуру Ω на фигуры DEA и BDA , площади которых равны долям соответственно удержанных и пропущенных рыб. Как известно, площадь фигуры, ограниченной участком некоторой функции, может быть вычислена через определенный интеграл с заданными пределами интегрирования. Тогда доля $\left(\frac{n}{N}\right)_{l_n}$ удержанных в ячею рыб размерного класса l_n от числа попавших в ячею определяется следующим соотношением:

$$\left(\frac{n}{N}\right)_{l_n} = \frac{S_{DEA}}{S_{\Omega}} = \frac{\int_A^E \exp\left(-\frac{(L_{G_{\text{порог}}} - \delta)^2}{2\sigma^2}\right) dL_{G_{\text{порог}}}}{\int_B^E \exp\left(-\frac{(L_{G_{\text{порог}}} - \delta)^2}{2\sigma^2}\right) dL_{G_{\text{порог}}}}, \quad (13)$$

где δ – математическое ожидание случайной величины $L_{G_{\text{порог}}}$, равное среднему значению $\bar{L}_{G_{\text{порог}}}$. (Поскольку в пределах трех сигм лежит 99% всех вариантов, для функции нормального распределения минимальный $(-\infty)$ и максимальный $(+\infty)$ пределы интегрирования без потери точности могут быть заменены на минимальное (В) и максимальное (Е) значения вариантов параметра $L_{G_{\text{порог}}}$.)

Очевидно, что при всех $l_n \rightarrow l_{\text{порог}}$, доля пропущенных рыб как площадь фигур, ограниченных сверху функцией $g(l) = L_{G_{\text{порог}}}$, стремится к 0, соответственно доля удержанных рыб стремится к 1. Равенство отношения (13) в пределе единицы соответствует такому условию, что ни одна рыба из размерной группы $l_n \geq l_{\text{порог}}$ не пропускается.

Пусть $[l_{\text{мин}}, l_{\text{порог}})$ – интервал размерных групп, для которых наблюдается пропускание, а $[l_{\text{порог}}, l_{\text{макс}}]$ – интервал размерных групп, в пределах которого пропускание отсутствует. Тогда на основании вышеизложенного справедливо следующее утверждение: для интервала $[l_{\text{мин}}, l_{\text{порог}})$ имеет место неравенство $\left(\frac{n}{N}\right)_{l_{\text{мин}}} < \left(\frac{n}{N}\right)_{l_n} < \dots < \left(\frac{n}{N}\right)_{l_{\text{порог}}}$; для интервала $[l_{\text{порог}}, l_{\text{макс}}]$ – равенство

$$\left(\frac{n}{N}\right)_{l_{\text{порог}}} = \left(\frac{n}{N}\right)_{l_n} = \dots = \left(\frac{n}{N}\right)_{l_{\text{макс}}} = 1. \text{ Отсюда общий вид распределения вероятностей}$$

$P_{(L_{G_{\text{порог}}}, l_n)}$ удержания в ячею для рыб из некоторого интервала размерных групп будет соответствовать графику функции (3).

ON MATHEMATICAL DESCRIPTION OF GILLNET SELECTIVITY

© 2013 г. F.S. Lobyrev, E.A. Kriksunov, A.E. Bobyrev*, V.A. Byrmensky

Lomonosov Moscow State University

* *Severtsov Institute of Ecology and Evolution of the Russian Academy of Sciences*

Gillnet selectivity is described on the basis of a physical model of interaction between fish and gillnet. The key approach is to describe the processes of 1) entrance the fish into mesh, and 2) retention of fish in mesh. Analysis of the mechanics of the interaction between fish and gillnet provides a conclusion about mathematical functions that describe the probability of (i) entrance into mesh and (ii) retention in mesh. It is suggested about the nature of the formation of unimodal and polymodal length frequency distributions of catch.

Keywords: gillnet selectivity, model, size group frequency, length class.