

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЫБОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 639.2.081.117.001.8 (262.81)

**ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ЗАПЛАНИРОВАННОГО ЧИСЛА  
ТРАЛЕНИЙ ПО СТРАТАМ И РАСЧЕТ ЧИСЛЕННОСТИ РУССКОГО  
ОСЕТРА В ЗОНЕ ОТВЕТСТВЕННОСТИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
КАСПИЙСКОГО МОРЯ**

© 2014 г. Т. И. Булгакова, В. К. Бабаян, Д. А. Васильев, А. И. Михайлов, И. А. Сафаралиев\*

*Всероссийский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства  
и океанографии, Москва, 107140*

*\*Каспийский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства,  
Астрахань, 414000  
E-mail: tbulgakova@vniro.ru*

Поступила в редакцию 29.02.2012 г.

Окончательный вариант получен 29.07.2012 г.

Продолжено рассмотрение методологических аспектов планирования учетных траловых съемок и обработки их результатов на примере съемки русского осетра (*Acipenser gueldenstaedtii*) в зоне ответственности Российской Федерации в Каспийском море. Рассмотрены оптимальное размещение тралений по стратам и минимально необходимый объем выборки.

**Ключевые слова:** стратифицированная съемка, русский осетр, Каспийское море, оценка численности.

Статья является продолжением опубликованной ранее работы, в которой рассмотрены вопросы стратификации зоны ответственности РФ в Каспийском море при проведении траловых съемок (Булгакова и др., 2013), и посвящена задачам оптимального размещения тралений по стратам и расчета минимально необходимого объема выборки.

При планировании съемок, как правило, общее количество проб в данном районе (в нашем случае — количество тралений) ограничено экономическими и другими факторами. Строго говоря, можно проводить траления равномерно по всему району, однако более целесообразно использовать для решения этой задачи критерий Неймана (Кокрен, 1976; Sabatella, Franquesa, 2004; Гасюков и др., 2006). Согласно этому критерию распределение тралений по стратам производится пропорционально корню квадратному из дисперсии плотности запаса внутри каждой страты. В качестве коэффициентов пропорциональности берется количество измерений

в каждой страте с индексом  $h$ , в нашем случае это количество статистических квадратов (СК)  $N_h$ , или площадь страты. Такое распределение станций по стратам названо «неймановым размещением». Практический смысл использования «нейманова размещения» станций по стратам состоит в том, что при его применении надлежащее разбиение всего района проведения съемок на страты (стратификация) приведет к желаемому результату стратификации — снижению дисперсии оценки плотности запаса.

Пусть  $\sigma_h^2$  — оценка дисперсии плотности запаса в страте  $h$ , а суммарное количество тралений в районе РФ  $n$  задано, причем  $n = \sum_h n_h$ . Формула размещения тралений по стратам согласно критерию Неймана имеет вид (Кокрен, 1976):

$$n_h = n \frac{N_h \sigma_h}{\sum_h N_h \sigma_h}, \quad (1)$$

где  $N_h$  — число статистических квадратов (СК) в страте  $h$ .

Рассмотрим вариант размещения тралений на примере анализа результатов траловой съемки осетровых северного Каспия в 2004 г., ограничиваясь зоной ответственности РФ и данными по распределению русского осетра. Обозначим номер страты через  $h = 1, 2, 3, 4$  (при анализе результатов съемки 2004 г. можно ограничиться четырьмя отдельными стратами, поскольку только Приглубую зону с использованием статистических критериев мы признали целесообразным делить на две страты) (Булгакова и др., 2013).

Ранее (Булгакова и др., 2013) приведена формула для оценки общей численности запаса по данным траловой съемки:

$$Y = \sum_{h=1}^L B_h \bar{x}_h, \text{ где } B_h = \frac{N_h b}{q_h tr_h}. \quad (2)$$

В данной формуле  $q_h$  — коэффициенты уловистости трала, используемого в страте  $h$ ;  $b$  — площадь одного СК (считаем эту величину постоянной для исследуемого района Каспия), а  $tr_h$  — протраленная площадь за одно стандартное получасовое траление, за которое в этой страте в среднем поймано  $\bar{x}_h$  экз. Таким образом, в формуле (2) учитывается разная производительность тралов в разных подрайонах.

Необходимость разработанной нами модификации формулы Неймана обусловлена более общим случаем проведения съемки, когда в разных стратах исследуемого района применяются разные орудия лова. В нашем случае в северном мелководье Каспия применяется трал с другими характеристиками, чем в остальных подрайонах российской зоны. В Приложении дается строгий вывод модифицированной формулы критерия Неймана (1), когда в качестве коэффициентов пропорциональности вместо  $N_h$  (характеризующих площадь страты) берутся коэффициенты  $B_h = \frac{N_h b}{q_h tr_h}$  и показано, что при таком размещении достигается минимум дисперсии оценки общей численности, т.е. именно такое размещение числа тралений следует считать оптимальным. С учетом этих изменений формула (1) принимает вид:

$$n_h = n \frac{B_h \sigma_h}{\sum_h B_h \sigma_h}. \quad (3)$$

Коэффициенты  $B_h$  представляют собой количество тралений в страте  $h$ , при котором был бы выловлен весь запас данного вида в этой страте. Оценим значения параметров  $B_h$ . Для русского осетра только в северном мелководье, где используется 9-метровый трал,  $q = 0,1$ , в других подрайонах используется 24-метровый трал, для него  $q = 0,22$ . Площадь одного СК  $b = 242,4 \text{ км}^2$ . Протраленная площадь за получасовое траление в северном мелководье равна  $16326 \text{ м}^2$ , в остальных районах —  $37950 \text{ м}^2$ . Таким образом, за одно траление в северном мелководье облавливается часть СК  $tr/b = 0,67 \times 10^{-4}$ , а в остальных подрайонах  $tr/b = 1,56 \times 10^{-4}$ . Несомненно, исследуется такая незначительная часть площади района, что трудно говорить о представительности съемки.

В табл. 1, по данным съемки 2004 г., приведен расчет статистик и параметров  $B_h$  для разных страт, а в нижней части таблицы приведено оптимальное относительное распределение числа тралений по стратам ( $n_h/n$ ), справедливое при любом общем количестве тралений  $n$ , причем как полученное по методу Неймана, так и по модифицированному нами методу. Величины  $n_h$  в табл. 1 в обоих случаях рассчитаны при фактическом количестве тралений в 2004 г., т.е. при  $n = 133$ .

Отметим, что, благодаря большому количеству СК в северном мелководье и меньшему коэффициенту улавливаемости, статистический вес этого подрайона ( $B_h$ ) значительно выше, чем таковой других подрайонов (страт).

Получено, что согласно модифицированной формуле (3) более 50% тралений следует проводить в северном мелководье, увеличив число тралений с 62 до 75. В страте 1 Приглубой зоны можно было бы провести 9 тралений вместо 16, а в зоне Дагестана можно уменьшить число тралений с 26 до 19 и т.д. Видно, что два критерия оптими-

зации дают существенно различные распределения тралений в 2004 г., приведенного в знаменателе строки  $N_h/n_h$  табл.1.

Покажем далее, как изменение распределения тралений по стратам влияет на оценку стандартной ошибки оценки общей численности русского осетра в зоне ответственности России. Получив оценки  $B_h$  по формуле (2), рассчитываем численность запаса русского осетра в каждой страте российской зоны ответственности Каспийского моря для 2004 г., а затем и их сумму:

$$Y = \sum_h B_h \bar{x}_h = 8,05 \text{ млн экз. (см. табл.1).}$$

При фактическом распределении тралений по стратам в 2004 г. дисперсия полученной оценки общей численности осетра равна  $D(Y) = \sum_{h=1}^L B_h^2 D(\bar{x}_h) = 7,36 \times 10^{11}$ . Стандартная ошибка оценки общей численности запаса равна  $\sigma_Y = 0,86$  млн экз.

Если бы те же 133 траления были оптимально распределены по стратам согласно (3), дисперсия бы уменьшилась до  $D(Y)_{\text{опт.}} = 6,92 \times 10^{11}$ ,  $\sigma_Y = 0,83$  млн экз.

**Таблица 1.** Расчет оптимального (согласно двум критериям) распределения количества станций по стратам и оценки общей численности запаса осетра в зоне ответственности России

Статистика	Приглубая зона		Прибрежная зона Дагестана	Северное мелководье	Сумма
	Страта 1	Страта 2			
Средняя плотность $\bar{X}_h$ , экз/траление	1,25	4,10	1,04	0,27	
Дисперсия плотности $D_h$	1,80	6,31	1,48	0,30	
Среднеквадратичное отклонение $\sigma_h$ , экз/траление	1,34	2,51	1,22	0,55	
Ошибка среднего $\sigma_{\bar{x}}$ , экз/траление	0,34	0,47	0,24	0,07	
Число СК/число тралений, $(N_h/n_h)$	17/16	30/29	39/26	66/62	152/133
$B_h$	493568	871002	1132303	9799338	
Численность запаса $Y_h$ , экз.	<b>616960</b>	<b>3571110</b>	<b>1177595</b>	<b>2685019</b>	<b>8050685</b>
$D(Y)_{\text{факт.}}$	2,73E+10	1,65E+11	7,38E+10	4,71E+11	<b>7,36E+11</b>
Относительное распределение числа тралений по стратам и абсолютное при общей выборке $n = 133$ тралений, расчет по модифицированной формуле (3)					
$n_h/n$	<b>0,069</b>	<b>0,227</b>	<b>0,144</b>	<b>0,560</b>	<b>1</b>
$n_h$ при $n = 133$	9,2	30,2	19,1	74,5	133
$D(Y)_{\text{опт.}}$	4,79E+10	1,58E+11	9,94E+10	3,87E+11	6,92E+11
Относительное распределение числа тралений по стратам и абсолютное при общей выборке $n = 133$ тралений, расчет по формуле Неймана (1)					
$n_h/n$	<b>0,125</b>	<b>0,414</b>	<b>0,261</b>	<b>0,199</b>	<b>1</b>
$n_h$ при $n = 133$	16,7	55,1	34,8	26,5	133
$D(Y)_{\text{Нейман}}$	2,63E+10	8,70E+10	5,46E+10	1,09E+12	12,5E+11

Если же те же 133 траления распределить по стратам согласно критерию Неймана (1), то дисперсия будет существенно выше:  $D(Y)_{\text{Нейман}} = 12,5 \times 10^{11}$ ,  $\sigma_Y = 1,12$  млн экз.

Математическое ожидание общей численности русского осетра во всех случаях одно и то же, поскольку при его расчете учитываются различия орудий лова в разных стратах.

### Расчет минимально необходимого размера выборки

Теперь задача состоит в определении общего количества тралений при условии, чтобы относительная ошибка общей численности не превышала заданной величины  $\delta$ . С учетом того, что размещение тралений по стратам должно удовлетворять модифицированному условию Неймана (3), получена формула (4)

(вывод приведен в Приложении):

$$n \geq \left(\frac{u_p}{\delta}\right)^2 \left(\frac{\sum_h B_h \sigma_h}{\sum_h B_h \bar{x}_h}\right)^2. \quad (4)$$

При значительном числе степеней свободы применяем нормированную функцию нормального распределения для выражения доверительного интервала и относительной ошибки  $\delta$ . Аргумент этой нормированной функции  $u_p$  равен 1,96 для доверительной вероятности  $P = 0,95$  или 1,65 — для доверительной вероятности  $P = 0,90$ .

Рассчитанные по формуле (4) значения минимального суммарного количества тралений для трех значений относительной ошибки общей численности осетра  $\delta$  и для двух уровней доверительной вероятности  $P$  сведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Оценка необходимой величины выборки при соблюдении оптимального (модифицированного неймановского) размещения для обеспечения требуемой точности оценки численности русского осетра в зоне ответственности РФ

Относительная ошибка $\delta = CV$	Доверительная вероятность	
	$P = 0,90$	$P = 0,95$
0,10	388	548
0,15	173	244
0,20	97	137

### ВЫВОДЫ

Предложена модификация критерия Неймана, позволяющая в более общем случае найти оптимальное распределение станций (тралений) по стратам, при этом учитывается не только разная площадь страт (как в критерии Неймана), но и использование разных орудий лова в разных стратах.

Предложен метод оценки необходимого количества тралений для получения оценки общей численности запаса с заданной точностью и доверительной вероятностью. Получено, что для оценки численности русского осетра в зоне ответственности России,

например с точностью 15% и надежностью  $P = 0,95$ , требуется в зоне ответственности России провести 244 траления, для точности 10% и той же надежности — 548 траления. При этом размещение тралений по стратам должно отвечать следующей пропорции: Приглубая зона — 30% (страта 1 — 7%, страта 2 — 23 %), зона Дагестана — 14%, северное мелководье — 56%. Отметим, что этот вывод справедлив для результатов съемки 2004 г., в дальнейшем желательно попытаться получить более универсальную схему распределения тралений, позволяющую обеспечить эффективное планирование учетных съемок.

Поскольку получасовое траление дает возможность исследовать лишь малую часть площади статистического квадрата (от  $0,6 \times 10^{-4}$  до  $1,56 \times 10^{-4}$ ), следует параллельно с тралениями в отдельных СК проводить интенсивную гидроакустическую съемку. Такая работа была проведена во время летних съемок 2011 г.

Изложенные в данной работе и ранее (Булгакова и др., 2013) методы оценки средней плотности, численности запаса и точности этих оценок были получены при допущении об отсутствии корреляции между измерениями, проведенными в разных СК, а поскольку в каждом квадрате обычно проводится не более одного траления, то наше допущение означает отсутствие корреляций между всеми измерениями. В случаях, когда данные съемок содержат информацию о корреляционной функции распределения, естественно использовать методологию геостатистики (в частности, кригинга), которая позволяет улучшить пространственные оценки путем учета их пространственной корреляции. Такой подход включает процедуру интерполяции данных и является наилучшим в смысле минимизации ошибки оценки запаса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Булгакова Т.И., Бабаян В.К., Васильев Д.А. и др. К вопросу стратификации зоны ответственности Российской Федерации в Каспийском море при проведении траловых съемок // *Вопр. рыболовства*. 2013. Т. 14. № 2 (53). С. 365–376.

Кокрен У. Методы выборочного исследования. М.: Статистика, 1976. 440 с.

Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1968. 720 с.

Гасюков П.С., Тимошенко Н.М., Касаткина С.М. и др. Методическое руководство по планированию и проведению морских экспедиционных исследований состояния запасов промысловых гидробионтов в Атлантическом океане, юго-восточной части Тихого океана и в Балтийском море. Калининград: АтлантНИРО, 2006. 181 с.

Sabatella E., Franquesa R. Manual of Fisheries sampling surveys: methodologies for estimations of socio-economic indicators in the Mediterranean Sea. № 73. Rome: FAO, 2004. 37 p.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Нейманово размещение станций

Оценка общей численности в исследуемом районе согласно формуле (2) равна сумме средних оценок численности по стратам, взвешенных по параметрам  $B_h$ , а именно:

$$Y = \sum_h B_h \bar{x}_h.$$

Тогда дисперсия величины  $Y$  равна:

$$\sigma_Y^2 = \sum_h \frac{B_h^2 \sigma_h^2}{n_h},$$

$$\text{где } \frac{B_h^2 \sigma_h^2}{n_h} \quad (\text{П-1})$$

— дисперсия средней выборочной оценки численности запаса в страте  $h$ .

Решим задачу условной оптимизации распределения станций по стратам при фиксированной величине  $n$ :

$$\sigma_Y^2 = \sum_h \frac{B_h^2 \sigma_h^2}{n_h} \rightarrow \min \text{ при } \sum_h n_h = n.$$

Применим стандартный метод множителей Лагранжа:

$$\sum_h \frac{B_h^2 \sigma_h^2}{n_h} + \lambda (\sum_h n_h - n) \rightarrow \min. \quad (\text{П-2})$$

Дифференцируя левую часть выражения (П-2) последовательно по каждому  $n_h$ , получаем набор уравнений  $\frac{B_h^2 \sigma_h^2}{n_h^2} - \lambda = 0$ , которые легко разрешить относительно  $n_h$ :

$$n_h = \frac{B_h \sigma_h}{\sqrt{\lambda}}. \quad (\text{П-3})$$

Суммируя выражение (П-3) по всем стратам, получаем  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sum_h B_h \sigma_h = n$ , откуда при фиксированном  $n$  рассчитываем  $\lambda$ . За-



тем, подставив полученное выражение  $\lambda$  в формулу (П-3), получаем модификацию неймановского распределения станций по стратам с учетом весов  $B_h$ :

$$n_h = \frac{B_h \sigma_h}{\sum_h B_h \sigma_h} n. \quad (\text{П-4})$$

Поскольку (в силу центральной предельной теоремы) распределение суммы одинаково распределенных случайных величин сходится к нормальному распределению, величины  $B_h \bar{x}_h$  (оценки численности запаса в страте  $h$ ) оказываются распределенными по нормальному закону. Подставив формулу для оптимального размещения станций (П-4) в выражение (П-1), получаем, что при таком размещении станций дисперсия выборочного среднего в страте  $h$  равна  $\frac{1}{n} B_h \sigma_h \sum_h B_h \sigma_h$ . Хотя эти дисперсии различны для разных страт  $h$ , тем не менее в силу устойчивости нормального распределения, их сумма  $Y = \sum_h B_h \bar{x}_h$  также будет распреде-

на по нормальному закону (Корн Г., Корн Т., 1968) с суммарной дисперсией  $\frac{1}{n} \sum_h (B_h \sigma_h)^2$ .

Следовательно, доверительный интервал для нормально распределенного отклонения величины  $Y = \sum_h B_h \bar{x}_h$  от ее математического ожидания равен  $\frac{u_p}{\sqrt{n}} \sum_h B_h \sigma_h$ , где  $u_p$  — аргумент стандартного нормального распределения при заданной доверительной вероятности. Теперь, задавшись некоторой относительной точностью  $\delta$  оценки  $Y$ , рассчитываем общее количество измерений  $n$  из условия

$$\frac{u_p}{\sqrt{n}} \sum_h B_h \sigma_h \leq \delta \sum_h B_h \bar{x}_h,$$

$$\text{откуда } n \geq \left( \frac{u_p \sum_h B_h \sigma_h}{\delta \sum_h B_h \bar{x}_h} \right)^2.$$

## OPTIMIZATION OF PLANNED TRAWLING ALLOCATION AMONG THE STRATA AND MINIMUM SAMPLE SIZE ESTIMATION FOR RUSSIAN STURGEON (*ACIPENSER GUELLENSTAEDTII*) IN THE CASPIAN SEA (AREA OF RESPONSIBILITY OF THE RUSSIAN FEDERATION)

© 2014 y. T. I. Bulgakova, V. K. Babayan, D. A. Vasilyev, A. I. Mikhailov, I. A. Safaraliev\*

*Russian Research Institute of Fisheries and Oceanography, Moscow, 107140*

*\*Caspian Fisheries Research Institute, Astrakhan, 41400*

Methodological aspects of survey planning and processing with an example for the Northern Caspian Sea sturgeon (*Acipenser gueldenstaedtii*) are continued to be considering. Questions of optimal trawling allocation among the strata and minimum simple size are considered.

*Keywords:* stratificated survey, Russian sturgeon, the Caspian Sea, stock assessment.