

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЫБОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 519.9

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОМЫСЛОВЫХ ЗАПАСОВ ПРИ ИЗВЕСТНЫХ  
ОЦЕНКАХ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОПУЛЯЦИЙ И УЛОВОВ**

© 2017 г. И. И. Шевченко

*Тихоокеанский научно-исследовательский рыбохозяйственный центр, Владивосток, 690090*

*E-mail: igor.shevchenko@tinro-center.ru*

Поступила в редакцию 20.02.2017 г.

Рассматривается методика построения моделей, которые позволяют воспроизводить наблюдаемую в течение ряда промысловых сезонов динамику запасов и уловов по возрастам. Она базируется на фишметике (рыбной арифметике), в рамках которой известные параметрические соотношения (уравнение когорты и уравнение Баранова) описывают связи между переменными состояниями системы, а параметры модели (коэффициенты естественной и промысловой смертности) выбираются из условий наилучшего приближения имеющихся данных, которые предполагаются зашумленными случайными отклонениями с распределениями Лапласа или Гаусса. Таким образом, в рамках используемой методики основным этапом является решение задачи нелинейной глобальной оптимизации, к которой сводится нахождение параметров модели. Методика реализована в универсальной среде для проведения научных и технических вычислений Julia/Julia с использованием функций для глобальной нелинейной оптимизации из пакета NLOpt. Приведены примеры ее применения на нескольких тестовых наборах данных. Показано, что при определенных условиях динамика численности и уловов воспроизводится достаточно правдоподобно. Дальнейшее развитие подхода связано с проведением тестирования на данных различных типов и с исследованием свойств устойчивости генерируемых моделей, а также с доработкой методики и расширением функциональности программной реализации.

*Ключевые слова:* фишметика, динамика численности и уловов, среда для проведения вычислений.

**ВВЕДЕНИЕ**

В работе рассматривается задача преобразования имеющихся данных по численности и уловам рыб каждого возраста за некоторый временной период в коэффициенты естественной и промысловой смертности для уравнения когорты и уравнения Баранова. Это достаточно частный пример общей задачи подбора модели для заданных рядов данных (Schnute, 1985). Доступные программные системы для моделирования промысловых запасов — TISVPA/ISVPA (Kizner, Vasilyev, 1997), Synthesis (Methot, Wetzel, 2013), КАФКА, XSAM, TASACS (Skagen, Skalevik, 2009), SeaStar (Tjelmeland, Lindström, 2005) — автоматизируют методики, которые используют та-

кие наблюдаемые переменные состояния, как данные об уловах, результатах учетных съемок, пополнении и т. д. Эти системы реализуют обработку в рамках заранее ограниченного набора сценариев. Они, как правило, состоят из средств редактирования файлов исходных данных, программ для расчета параметров, средств постобработки, обеспечивающих, в частности, построение графиков, и интерфейсной части, с помощью которой пользователь выбирает параметры и другие опции, определяющие один из нескольких возможных вариантов вычислений. В некоторых системах имеются средства мониторинга процесса работы программы и средства для организации хранения результатов моде-

лирования. Они функционируют на рабочих станциях в качестве автономных приложений и рассчитаны на специалистов-предметников, не обладающих даже минимальными навыками программирования.

Методика моделирования, которая реализуется в рамках предлагаемого подхода (Бураго, Шевченко, 2015, 2016), базируется на стандартных фишметических соотношениях (Schnute, Richards, 2001). Однако информационные условия для ее применения являются достаточно специфическими, поскольку изначально предполагается известной возрастная структура популяции и уловов, которая может быть оценена, например, в результате обработки рядов систематических учетных съемок на основе традиционных площадных методик (Аксютин, 1968).

В отличие от большинства упомянутых автономных пакетов с помощью разработанного набора типов, функций и скриптов реализуется специализированная среда, функционирующая на базе универсальных средств для проведения научных и технических вычислений Julia/IJulia (Balbaert, 2015). Пользователи могут осуществлять как оценивание отдельных доступных функций, так и готовить, редактировать и вызывать свои собственные скрипты, использовать различные библиотеки.

## МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

### Основные соотношения и предположения

Пусть  $x = \{x_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$  и  $y = \{y_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$  — матрицы, элементы которых есть оценки численности и выловов в год  $t$  в зависимости от возраста рыб  $j$ , где  $x_t^j$  измеряются поштучно, а  $y_t^j$  — в весовых единицах,  $t_{\max}$  — число последовательных лет, для которых доступны данные наблюдений,  $j_{\max}$  — принятый предельный учетный возраст популяции. Пусть также известна матрица  $w = \{w_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$  коэффициентов для перехода от весовых единиц измерения к штукам.

Пусть  $m_i^j$  и  $f_i^j$  — это коэффициенты естественной и промысловой смертности, а  $z_i^j$  и  $g_i^j$  — производные коэффициенты полной смертности и пересчета уловов, последний из которых определяет долю возрастной группы в улове:  $z_t^j = m_t^j + f_t^j$ ,  $g_t^j = \frac{f_t^j}{z_t^j} (1 - \exp(-z_t^j))$ ,  $t \in 1:t_{\max}$ ,  $j \in 1:j_{\max}$ .

Уравнение когорты описывает изменение численности когорты за период от года  $t$  по следующему за ним год  $t + 1$ :

$$x_{t+1}^{j+1} = x_t^j \exp(-z_t^j). \quad (1)$$

Уравнение Баранова позволяет оценить вылов в год  $t$  по известной численности и соответствующим коэффициентам:

$$y_t^j = w_t^j x_t^j g_t^j. \quad (2)$$

Элементы матриц  $m = \{m_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$  и  $f = \{f_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$ , определяющие естественную и промысловую смертность, являются неизвестными и подлежат оценке для всех  $t \in 1:t_{\max}$  и  $j \in 1:j_{\max}$ . Их число совпадает с числом элементов матриц  $x$  и  $y$  с исходными данными. Поэтому принимается ряд предположений, позволяющих обойтись меньшим количеством параметров в зависимостях, которые описывают изменение численности и уловов.

Так, коэффициенты естественной смертности представим в виде произведения двух сомножителей:  $m_t^j = h_t^j m^j$ , где когортные факторы  $h = \{h_t^j\}_{1:t_{\max}}^{1:j_{\max}}$  являются оценкой неблагоприятности условий выживания когорты возраста  $j$  в год  $t$ , а вектор  $\{m^j\}_{1:j_{\max}}$  определяет мультипликативную составляющую, зависящую исключительно от возраста. Элементы матрицы неблагоприятности  $h$  привносят покогортную зависимость показателей естественной смертности. Они принимают значения в диапазоне от  $\kappa^{-1}$  до  $\kappa$  (уменьшают или увеличивают коэффициент естественной смертности не более чем в  $\kappa$  раз):  $\kappa^{-1} \leq h_t^j \leq \kappa$ . Обычно влияние факторов  $h$  ограничивается младшими возрастными группами:  $h_t^j = 1$ , если  $j \in (j^* + 1):j_{\max}$ ,  $t \in 1:t_{\max}$ . Например, при всех расчетах мы будем считать, что  $j^* = 3$  и  $h_t^j$  может отличаться от единицы только для  $j \in 1:3$ .

Для компонент вектора  $\{m^j\}_{j \in 1:j_{\max}}$  выполняются соотношения:

$$m^j = c_0 + \begin{cases} \left(\frac{a_1 - j}{b_1}\right)^{d_1}, & j < a_1, \\ 0, & a_1 \leq j \leq a_2, \\ \left(\frac{j - a_2}{b_2}\right)^{d_2}, & a_2 < j \leq j_{\max}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $0 < a_1 \leq a_2 \leq j_{\max}$  и все параметры неотрицательны.

Коэффициенты промысловой смертности также предполагаются сепарабельными:  $f_t^j = s^j f_t$ , где  $s^j$  — возрастная селективность лова,  $s = \{s^j\}_{j \in 1:j_{\max}}$ ,  $s^j = \frac{1}{1 + \exp(-\frac{j-a}{b})}$ , (4)

$0 < a \leq j_{\max}$ ,  $b > 0$ ,  $f_t$  — доли, определяющие скорость убыли численности (интенсивность промысла) в год  $t$ ,  $f = \{f_t\}_{t \in 1:t_{\max}}$ .

### Расчет параметров

Для получения стохастических версий уравнений модели детерминистические соотношения (1) и (2) сначала логарифмируются, а затем в правые части добавляются аддитивные составляющие, которые интерпретируются как случайные величины. С их помощью учитываются ошибки измерений и моделирования:

$$\ln \frac{x_t^j}{x_{t+1}^j} = z_t^j + \xi_t^j, \quad (5)$$

$$\ln \frac{y_t^j}{w_t^j x_t^j} = \ln g_t^j + \eta_t^j, \quad (6)$$

где теперь  $m_t^j = h_t^j m^j$ ,  $f_t^j = s^j f_t$ ,  $z_t^j = h_t^j m^j + s^j f_t$ ,  $g_t^j = \frac{s^j f_t}{z_t^j} (1 - \exp(-z_t^j))$ ,  $t \in 1:t_{\max}$ ,  $j \in 1:j_{\max}$ .

Таким образом, считается, что изменение  $x$  и  $y$  описывается с применением случайных величин, вероятностные распределения  $\xi_t^j \sim p_{\xi}(\cdot)$  и  $\eta_t^j \sim p_{\eta}(\cdot)$  которых предполагаются известными с точностью до набора латентных параметров. Допускаются параметрические семейства распределений Лапласа или Гаусса (см., например: Крамер, 1975).

Исходя из принципа максимального правдоподобия и в предположении о независимости всех случайных величин при различных  $t$  и  $j$  оптимальные оценки неизвестных параметров могут быть получены как решение задачи на оптимум критериальной функции, которая имеет следующий вид ( $\zeta$  — это вектор искомых параметров модели, а  $\sigma$  — это вектор параметров распределений случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ):

$$L(\zeta, \sigma) = \prod_{t \in 1:t_{\max}-1} \prod_{j \in 1:j_{\max}-1} p_{\xi}(\ln x_t^j - \ln x_{t+1}^{j+1} - z_t^j) \times \prod_{t \in 1:t_{\max}} \prod_{j \in 1:j_{\max}} p_{\eta}(\ln y_t^j - \ln w_t^j x_t^j g_t^j). \quad (7)$$

В рассматриваемых предположениях  $\sigma$  включает в себя только стандартные отклонения  $\sigma_{\xi}$  и  $\sigma_{\eta}$ , поскольку средние значения полагаются равными нулю. Оценки для  $\sigma_{\xi}$  и  $\sigma_{\eta}$  вычисляются исходя из требования максимума правдоподобия. После подстановки этих оценок уравнение (7) переписывается как:

$$L'(\zeta) = \sum_{t \in 1:t_{\max}-1} \sum_{j \in 1:j_{\max}-1} |\ln x_t^j - \ln x_{t+1}^{j+1} - z_t^j|^{\rho} + \sum_{t \in 1:t_{\max}} \sum_{j \in 1:j_{\max}} |\ln y_t^j - \ln w_t^j x_t^j g_t^j|^{\rho}, \quad (8)$$

где  $\rho = 1$  для распределения Лапласа и  $\rho = 2$  — для распределения Гаусса.

В соответствии с методикой задача выбора параметров модели, определяющих матрицы  $m$  и  $f$  по имеющимся  $x$ ,  $y$  и  $w$ , сводится к нахождению вектора  $\zeta$  с компонентами, в число которых входят неизвестные элементы матрицы  $h$  и векторов  $m$ ,  $s$  и  $f$  и при котором достигается минимум функции (8) (Бураго, Шевченко, 2015, 2016).

### Граничные условия и вычисление оценок для $x$ и $y$

Если  $\hat{h}_t^j$ ,  $\hat{m}_t^j$ ,  $\hat{s}_t^j$ ,  $\hat{f}_t^j$  — это полученные в результате решения задачи оптимизации

критерия (8) значения параметров  $h_t^j$ ,  $m_t^j$ ,  $s_t^j$ ,  $f_t^j$ , то элементы матриц  $\hat{x}$  и  $\hat{y}$ , которые являются оценками для матриц  $x$  и  $y$ , удовлетворяют соотношениям (5) и (6):

$$\hat{x}_{t+1}^j = \hat{x}_t^j \exp(-\hat{z}_t^j), \quad (9)$$

$$\hat{y}_t^j = w_t^j \hat{x}_t^j \hat{g}_t^j, \quad (10)$$

где  $\hat{z}_t^j = \hat{h}_t^j \hat{m}_t^j + \hat{s}_t^j \hat{f}_t^j$ ,  $\hat{g}_t^j = \frac{\hat{s}_t^j \hat{f}_t^j}{\hat{z}_t^j} (1 - \exp(-\hat{z}_t^j))$ .

При их использовании требуется определить граничные условия по численности для всех  $t_{\max} + j_{\max} - 1$  когорт.

Рассмотрим общий подход к расчету оценок  $\hat{x}$  и  $\hat{y}$  для различных вариантов задания граничных условий с применением альтернативного представления данных о когортах в виде последовательности векторов. Пусть задан ряд наблюдений из  $t_{\max}$  лет за промысловым запасом с максимальным возрастом  $j_{\max}$ . Свяжем с каждой когортой  $C$  начальный физический год  $yr$ , который соответствует возрасту 1 входящих в нее рыб. Тогда когорта  $C_{yr}$  определяется векторами значений численности  $X_{yr}$ , уловов  $Y_{yr}$ , весов  $W_{yr}$ , коэффициентов естественной  $m_{yr}$  и промысловой  $f_{yr}$  смертности для всех входящих в нее классов, а также производными векторами коэффициентов полной смертности  $Z_{yr}$  и пересчета уловов  $G_{yr}$ . Каждый из этих векторов содержит элементы, соответствующие диапазону возрастных классов  $age \in a_{yr}^b : a_{yr}^e$ , где  $a_{yr}^b$  и  $a_{yr}^e$  — начальный и конечный возрастной класс соответствующей когорты  $C_{yr}$ .

Обозначим через  $yr_1$  первый физический год наблюдения. Тогда если  $t_{\max} > j_{\max}$ , когорты с начальными годами с  $yr_1$  по  $yr_2 = yr_1 + t_{\max} - j_{\max}$  содержат все  $j_{\max}$  возрастных классов ( $a_{yr}^b = 1$ ,  $a_{yr}^e = j_{\max}$ ), а терминальному году  $yr_3 = yr_1 + t_{\max} - 1$  соответствует когорта, которая включает только начальный возрастной класс ( $a_{yr_3}^b = 1$ ,  $a_{yr_3}^e = 1$ ). В описании рассматриваемого ряда наблюдений, для представления которых обычно используются матрицы  $x$ ,  $y$ ,  $w$ ,  $m$ ,  $f$  размерности  $t_{\max} \times j_{\max}$ , должно быть задействовано  $t_{\max} + j_{\max} - 1$  векторов переменной длины, представляющих когорты для диапазона лет от  $yr_0 = yr_1 - j_{\max} +$

$+ 1$  до  $yr_3$ . В  $C_{yr_0}$  включается только старший возрастной класс ( $a_{yr_0}^b = 1$ ,  $a_{yr_0}^e = j_{\max}$ ).

На рис. 1 схематично показано соотношение между матричным и векторным представлением данных о когортах. Матричному представлению соответствуют горизонтальные отрезки одинаковой длины в выделенном прямоугольнике, а векторному — наклонные параллельные отрезки или их части, выделенные по толщине. Нетрудно видеть, что при  $t_{\max} > j_{\max}$ :

если  $yr \in yr_0 : yr_3$ , то когорта  $C_{yr}$  имеет порядковый номер  $i = yr - yr_0 + 1$ ;

если  $yr \in yr_0 : yr_3$ , то компоненты векторов возрастного класса  $a$  соответствуют элементам матриц с индексами  $t = i - j_{\max} + a$ ,  $j = a$ ;

если  $yr \in yr_0 : (yr_1 - 1)$ , то  $i \in 1 : (j_{\max} - 1)$  и  $a \in (j_{\max} - i + 1) : j_{\max}$ ;

если  $yr \in yr_1 : yr_2$ , то  $i \in j_{\max} : t_{\max}$  и  $a \in 1 : j_{\max}$ ;

если  $yr \in (yr_2 + 1) : yr_3$ , то  $i \in (t_{\max} + 1) : (t_{\max} + j_{\max} - 1)$  и  $a \in 1 : (t_{\max} + j_{\max} - i)$ .

При представлении данных в виде векторов когорт выражения (9), (10) можно переписать в виде:

$$\hat{x}_{yr}^{age+1} = \hat{x}_{yr}^{age} \exp(-\hat{z}_{yr}^{age}), \quad (12)$$

$$\hat{y}_{yr}^{age} = W_{yr}^{age} \hat{x}_{yr}^{age} \hat{g}_{yr}^{age}.$$

Предположим, что для каждой из  $t_{\max} + j_{\max} - 1$  когорт  $C_{yr}$  известен год  $tr_{yr}$  и возраст  $a_{yr}^{tr} \in a_{yr}^b : a_{yr}^e$ , для которого численность используется в качестве граничного условия, например, потому, что она была оценена наиболее достоверно. В этом случае оценки численности (11) можно вычислять следующим образом:

$$\hat{x}_{yr}^{age} = \hat{x}_{yr}^{a_{yr}^{tr}} \exp\left(-\sum_{a=a_{yr}^{tr}}^{age-1} \hat{z}_{yr}^a\right), \text{ если } a_{yr}^{tr} < age \leq a_{yr}^e$$

$$\text{и } \hat{x}_{yr}^{age} = \hat{x}_{yr}^{a_{yr}^{tr}} \exp\left(\sum_{a=age}^{a_{yr}^{tr}-1} \hat{z}_{yr}^a\right), \text{ если } a_{yr}^b \leq age < a_{yr}^{tr},$$

где  $\hat{x}_{yr}^{a_{yr}^{tr}} = X_{yr}^{a_{yr}^{tr}}$ , а оценки уловов по формуле (12), где

$$\hat{z}_{yr}^{age} = \hat{H}_{yr}^{age} \hat{M}_{yr} + \hat{S}_{yr}^{age} \hat{F}_{yr},$$

$$\hat{G}_{yr}^{age} = \frac{\hat{S}_{yr}^{age} \hat{F}_{yr}}{\hat{z}_{yr}^{age}} (1 - \exp(-\hat{z}_{yr}^{age})).$$

## Оптимизация

В качестве источника высококачественных алгоритмов нелинейной глобальной оптимизации была выбрана свободно распространяемая библиотека [http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLopt\\_Algorithms](http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLopt_Algorithms), которая предназначена для решения задач типа  $\min_{x \in R^n} f(x)$ , где  $f$  — целевая функция, а  $x$  —  $n$ -мерный вектор параметров. Допускаются ограничения на неизвестные параметры  $\underline{b}_i \leq x_i \leq \bar{b}_i$ ,  $i=1:n$ , с заданными  $\underline{b}_i$  и  $\bar{b}_i$ , которые могут принимать значения  $-\infty$  или  $+\infty$  соответственно. Также могут быть добавлены нелинейные ограничения  $g_j^c(x) \leq 0$ ,  $j=1:m$ . Все ограничения допускается объединять в одну функцию, которая возвращает вектор.

NLopt включает в себя широкий спектр алгоритмов глобальной оптимизации. Для случаев, когда целевая функция определяется не аналитически (как в применяемой методике), а через громоздкую вычислительную процедуру, предпочтительными являются неградиентные методы. Поскольку невозможно предсказать поведение каждого из алгоритмов при решении конкретных задач, было решено использовать при расчетах сразу несколько алгоритмов нелинейной оптимизации, которые не применяют градиенты целевой функции в процессе своей работы, включая Nelder—Mead Simplex, Sbxplx, COBYLA, NEWUOA, PRAXIS и BOBYQA.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

### Сгенерированные данные

Для оценки качества методики и программных средств, разработанных в среде Julia/IJulia (Balbaert, 2015), была проведена серия расчетов на данных, сгенерированных по известным значениям параметров модели, с добавленными случайными искажениями с заданными типом распределения и параметрами. Расчеты включали в себя следующие этапы:

1) выбор значений фиксированных параметров модели и значений параметров распределения искажений;

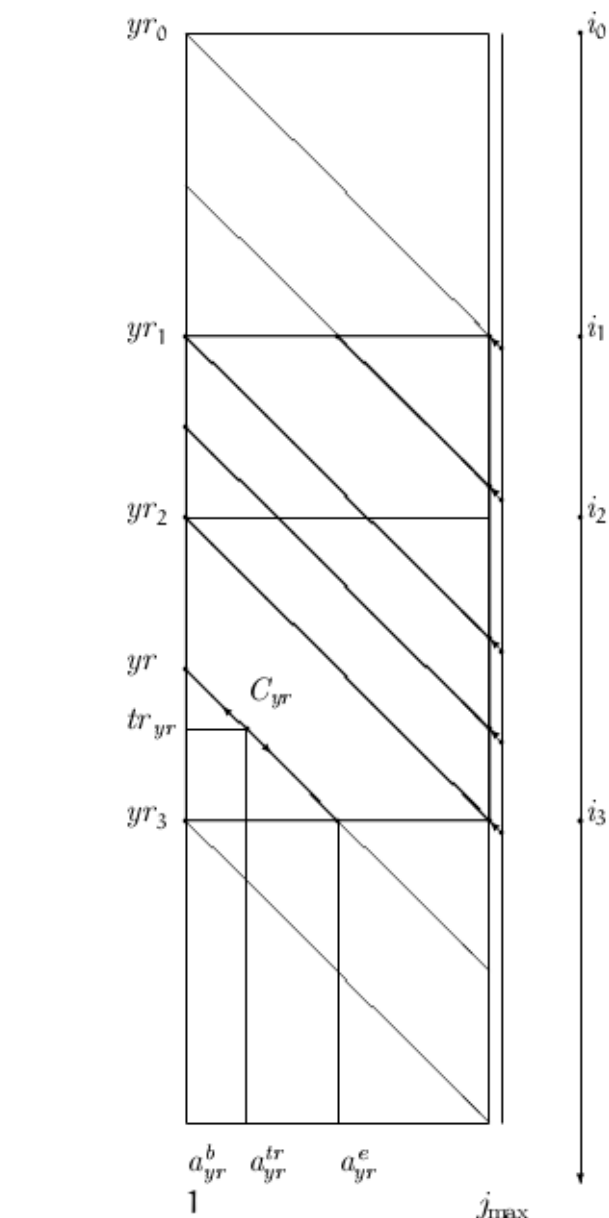


Рис. 1. Переход от матричного к векторному представлению данных о когортах.

2) генерации исходных данных на основе соотношений (1) и (2) с выбранными значениями параметров модели с применением генераторов случайных чисел с заданными параметрами распределений; см. (5) и (6);

3) вычисление значений неизвестных параметров модели, соответствующих «искаженным» данным;

4) вычисление численности и уловов всех возрастных классов, соответствующих модели с найденными параметрами;



5) вычисление оценок и построение графиков, характеризующих точность полученных результатов.

При генерировании исходных данных по уравнениям когорты (1) и уравнению улова (2) они логарифмировались и затем к каждому из них добавлялись аддитивные случайные величины, логарифмы которых распределены по Лапласу с заданными параметрами положения  $\mu$  (среднее или медиана распределения) и масштаба  $\theta > 0$  (дисперсия вычисляется как  $2\theta^2$ ).

В табл. 1 приведены векторы  $\{w_i^j\}_{j \in 1:j_{\max}}$  и  $\{x_i^j\}_{j \in 1:j_{\max}}$ ,  $j_{\max} = 17$ , совпадающие при  $t \in 1:t_{\max}$ ,  $t_{\max} = 23$ , которые были использованы при генерации тестовых наборов.

Размерность решаемой оптимизационной задачи была равна 101 ( $j^* = 3$ , 7 параметров  $m$ -функции, 2 параметра  $s$ -функции,  $3 \times 23$  неизвестных элементов матрицы  $h$ , 23 неизвестных элемента вектора  $\{f_i\}_{i \in 1:t_{\max}}$ ).

**Таблица 1.** Исходные данные по весовым коэффициентам и численности, использованные при генерации тестовых наборов

$j$	$w_i^j$	$x_i^j$
1	0,012	1,603243
2	0,052	0,624022
3	0,11	0,319482
4	0,179	0,196932
5	0,253	0,132830
6	0,323	0,089039
7	0,483	0,056989
8	0,677	0,035400
9	0,908	0,021676
10	1,116	0,013194
11	1,297	0,008013
12	1,541	0,004862
13	1,758	0,002950
14	1,971	0,001789
15	1,997	0,000665
16	2,358	5,680e – 5
17	2,475	4,188e – 7

Коэффициенты естественной смертности вычислялись с применением  $U$ -образной функции (3) с параметрами  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 13$ ,  $b_1 = 0.2$ ,  $b_2 = 0.7$ ,  $c_0 = 0.3$ ,  $d_1 = d_2 = 2$ , а  $h_t^j = 1$ ,  $t \in 1:t_{\max}$ ,  $j \in 1:j_{\max}$ . Селективность описывалась сигмной (4) с параметрами  $a = 5$ ,  $b = 1$ ,  $a_f = 0.2$ ,  $t \in 1:t_{\max}$ . В качестве граничных использованы векторы  $\{x_i^1\}_{i \in 1:t_{\max}}$  ( $a_{yr}^{tr} = 1$ ) и  $\{x_1^j\}_{j \in 2:j_{\max}}$  ( $a_{yr}^{tr} = j$ ).

Для каждого набора значений  $\theta_p$  и  $\theta_c$  определялось начальное приближение с применением алгоритма COBYLA. Оно получалось с использованием в качестве начального решения, полученного на предыдущем шаге. В качестве самого первого исходного приближения выбирался набор параметров, по которому проводилась генерация. Затем вызывалась функция, которая использует несколько параллельно выполняемых алгоритмов глобальной оптимизации до тех пор, пока для всех них получатся близкие результаты или будет превышено число допустимых итераций.

В качестве невязок выступали разности между сгенерированными «зашумленными» данными и данными, посчитанными по модели с найденными параметрами. Параметры, максимально правдоподобно приближающие соответствующие гистограммы, последовательно вычислялись для серии из  $n = 10$  независимых прогонов. В табл. 2 даны исходные и полученные значения параметров. Продемонстрировано достаточно точное восстановление параметров модели (полученные оценки  $\mu$  и  $\theta$ , как это и требуется, близки к нулю).

#### Тестовые комплекты рабочей группы по методологии

В рамках заседания межинститутской рабочей группы по методологии оценки сырьевой базы рыболовства (РГМ) в 2016 г. был распространен набор тестов, подготовленный сотрудниками ВНИРО, для оценки программ, применяемых в институтах отрасли при оценке запасов. Комплекты содержат данные по пополнению, общему и терминальному запасам, вылову, половозре-

**Таблица 2.** Параметры приближенных функций плотности распределения невязок в тестовых прогонах

№	$\theta$	$\mu_p$	$\theta_p$	$\mu_c$	$\theta_c$
1	0,05	0	0,000448	0	0
2	0,10	0	0,000872	0	0,000110
3	0,15	– 0,000478	0,003325	0	0,000357
4	0,20	– 0,000726	0,006170	– 0,000104	0,000534
5	0,25	– 0,000431	0,008234	0	0,000640
6	0,30	– 0,002557	0,010966	– 0,000268	0,000768
7	0,35	– 0,006065	0,014812	– 0,000535	0,000995
8	0,40	– 0,004937	0,015594	– 0,000493	0,001188

**Примечание.**  $\mu = 0$ .

лости; результаты учетных съемок по молодежи и взрослым особям, матрицу весов, вектор коэффициентов естественной смертности, а также проверочную матрицу численности за 1974–2003 гг. при предельном возрасте 16 лет. Хотя разработанная методика не может быть применена к оценке запасов напрямую, поскольку рассчитана на другие информационные условия, с использованием проверочных матриц удалось сформировать необходимые наборы матриц  $x$ ,  $y$ ,  $w$ , а также граничные условия для когорт. Размерность решаемых оптимизационных задач составила 129 ( $t_{\max} = 30$ ,  $j_{\max} = 16$ ,  $j^* = 3$ , 7 параметров  $m$ -функции, 2 параметра  $s$ -функции,  $3 \times 30$  элементов матрицы  $h$ , 30 элементов вектора  $\{f_i\}_{i \in 1:t_{\max}}$ ). В качестве граничных использованы векторы  $\{x_{ij}^1\}_{i \in 1:t_{\max}}$  ( $a_{yr}^{tr} = 1$ ) и  $\{x_1^j\}_{j \in 2:j_{\max}}$  ( $a_{yr}^{tr} = j$ ).

Полученные оценки параметров  $m$ - и  $s$ -функций (3) и (4) для трех комплектов тестов приведены в табл. 3, а параметры распределений Лапласа, которые наилучшим образом приближают плотности распределения невязок по численности и уловам, в табл. 4.

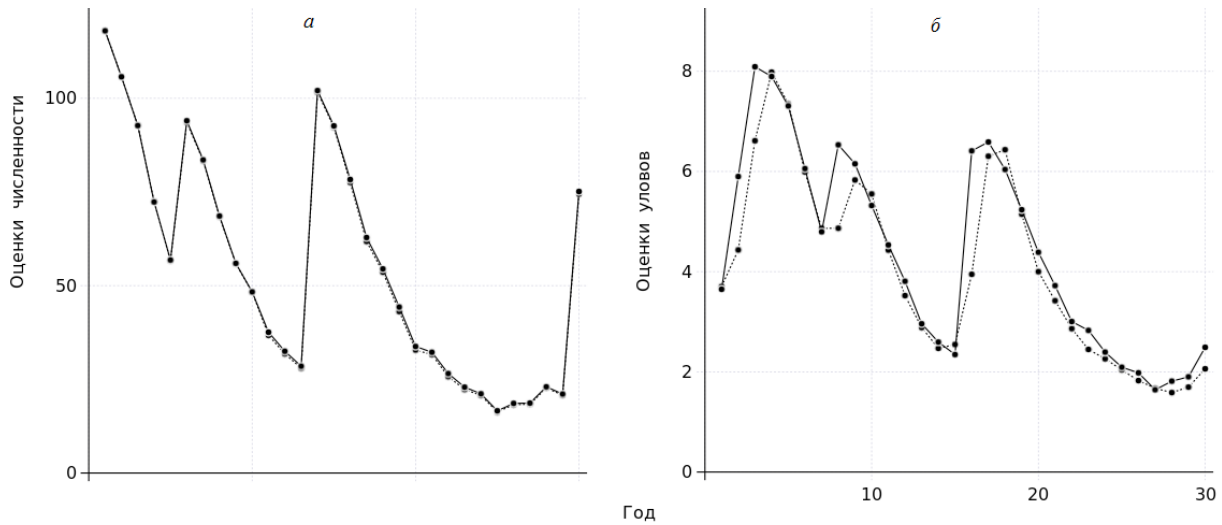
**Таблица 3.** Параметры функций

Параметр	Комплект №		
	1	2	3
$a_1$	2,194454	1,962467	1,861545
$a_2$	14,762402	14,997880	15,029308
$b_1$	7,143684	5,842942	6,054579
$b_2$	1,239498	0,974668	1,065825
$c_0$	0,143638	0,147759	0,153822
$d_1$	4,425785	2,605178	2,601821
$d_2$	3,997268	2,328676	2,018630
$a$	3,626323	3,338815	4,511765
$b$	0,549743	0,477875	0,730784

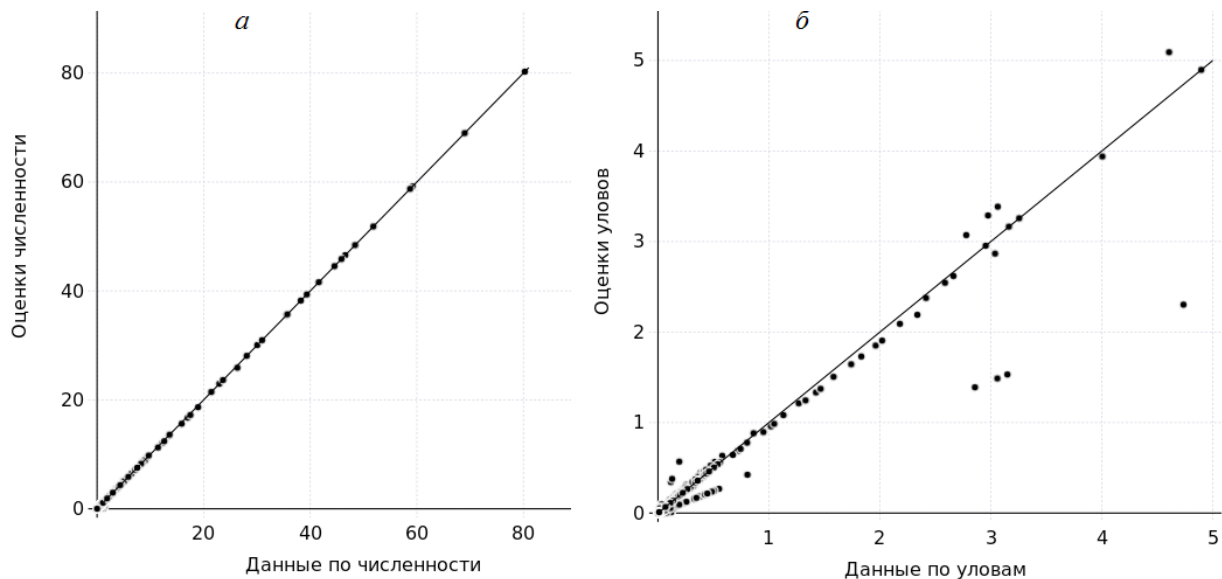
Для комплекта № 1 на рис. 2 приведены графики суммарных по возрастам оценок численности и уловов. Рис. 3 содержит диаграммы рассеяния невязок, вычисленных как разности между исходными данными и результатами моделирования численности и уловов. Рис. 4 иллюстрирует плотности распределения невязок численности и уловов. Аналогичные графики для комплектов № 2 и 3 показаны на рис. 5–10.

**Таблица 4.** Параметры приближенных функций плотности распределений невязок для различных тестовых комплектов

Комплект №	$\mu_p$	$\theta_p$	$\mu_c$	$\theta_c$
1	0,003938	0,051257	0,000960	0,012068
2	–4,3343e – 13	0,01901627	–7,1055e – 5	0,038164
3	6,01075e – 13	0,004320	0,000111	0,018657



**Рис. 2.** Оценки суммарной по всем возрастам численности (а) и уловов (б) за весь период наблюдения (комплект № 1); здесь и далее: (—) — исходные данные, (···) — результаты моделирования.



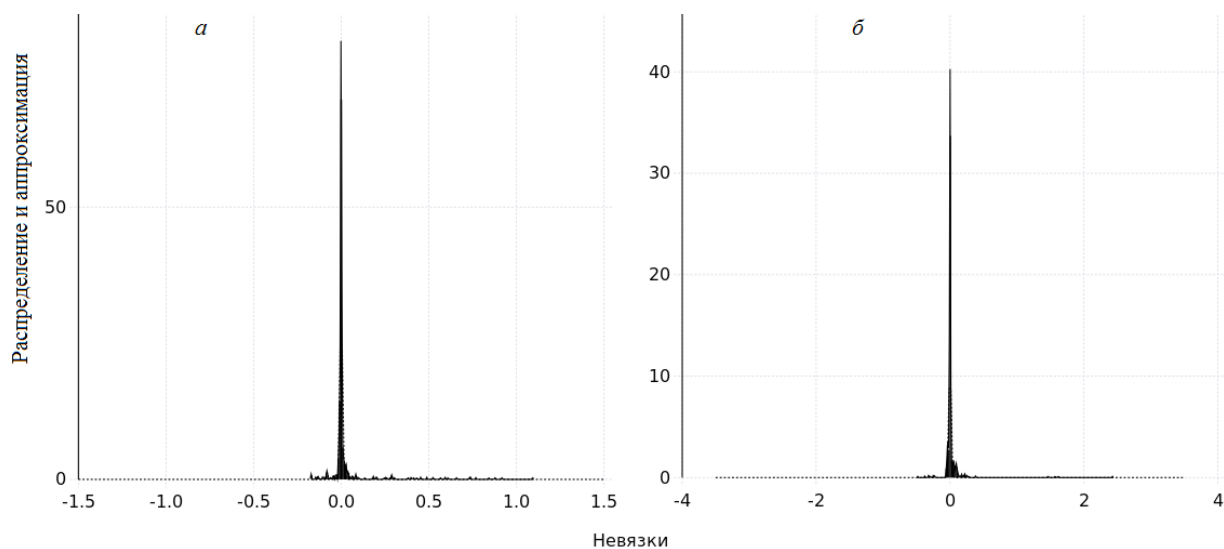
**Рис. 3.** Диаграммы рассеяния оценок численности (а) и уловов (б) (комплект № 1).

## ОБСУЖДЕНИЕ

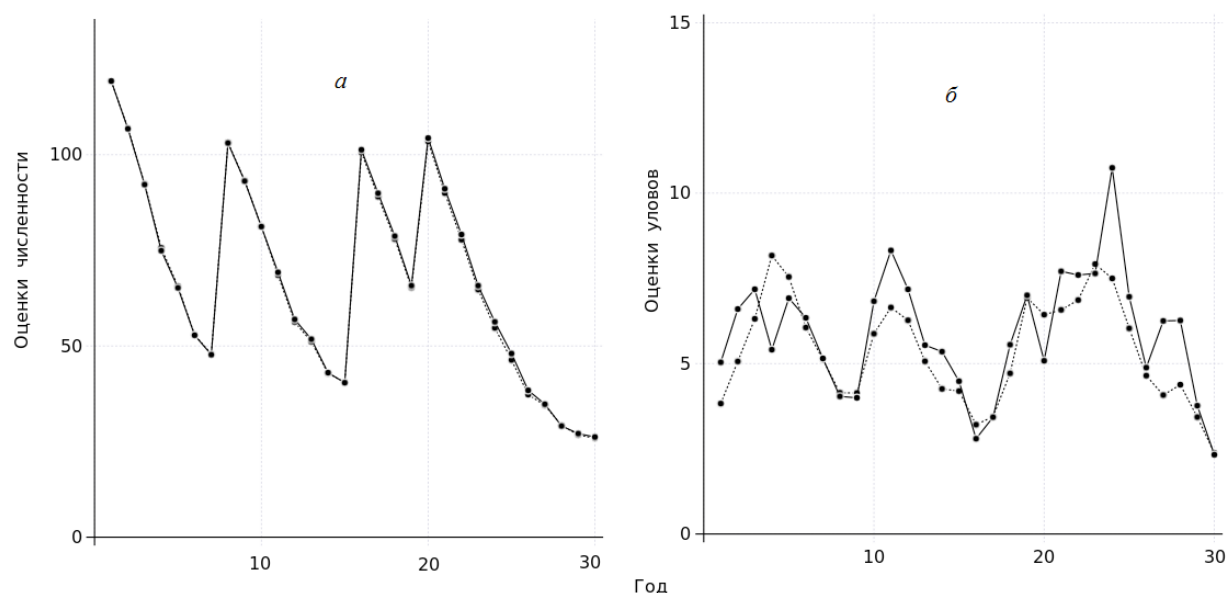
В работе описана методика, предназначенная для построения моделей, которые приближенно представляют наблюдаемую динамику численности и уловов по возрастам за некоторый временной период, а также результаты ее предварительного тестирования с использованием программной среды на базе языка для научных и технических вычислений Julia (Balbaert, 2015). Информационные условия для применения этой

методики являются достаточно специфическими, поскольку предполагаются известными оценки возрастной структуры популяции и уловов. С ее помощью можно, например, проверять соответствие классических «механистических» моделей, которые используют уравнение когорты и уравнение Баранова, и оценок промысловых запасов, которые получены исключительно по результатам обработки результатов систематических учетных съемок.





**Рис. 4.** Гистограммы невязок по численности (а) и уловам (б) и их аппроксимации (комплект № 1); здесь и далее: (—) — гистограммы, (···) — функции плотности распределения Лапласа с параметрами, которые оценены по методу максимального правдоподобия с использованием стандартных средств Julia из пакета Distributions (Balbaert, 2015).

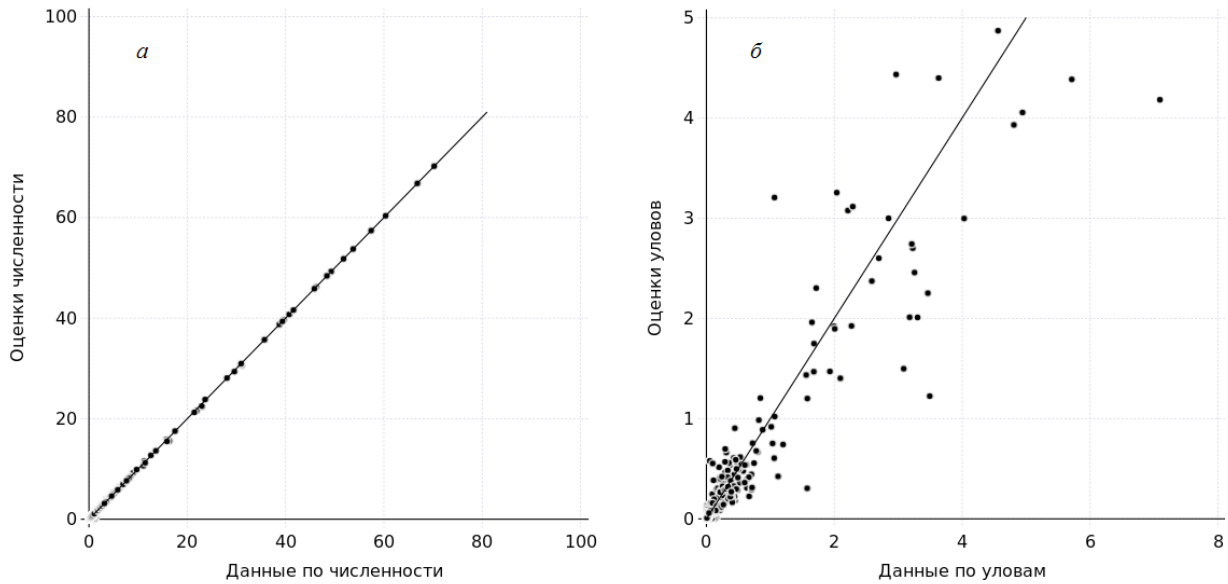


**Рис. 5.** Оценки суммарной по всем возрастам численности (а) и уловов (б) за весь период наблюдения (комплект № 2).

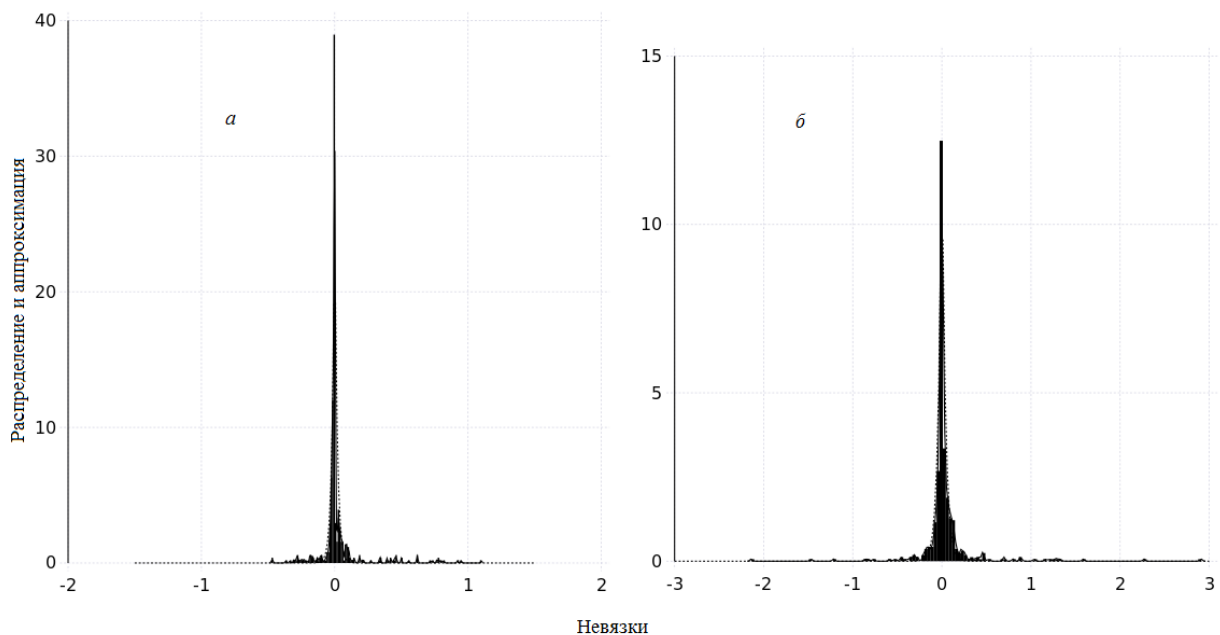
Разработанная программная среда позволяет гибко управлять вычислениями в зависимости от имеющихся данных. При решении проблемы поиска глобального экстремума, к которой сводится задача оценки параметров модели, обеспечивается возможность использования различных алгоритмов из высококачественных библиотек и их параллельного исполнения с использо-

ванием на нескольких процессорах одного компьютера или на кластерах, объединяющих несколько компьютеров. Однако все это предполагает наличие определенных навыков программирования у конечных пользователей.

Проведенное предварительное тестирование показало, что если исходные данные даже приблизительно связаны базовыми соот-



**Рис. 6.** Диаграмма рассеяния оценок численности (а) и уловов (б) (комплект № 2).

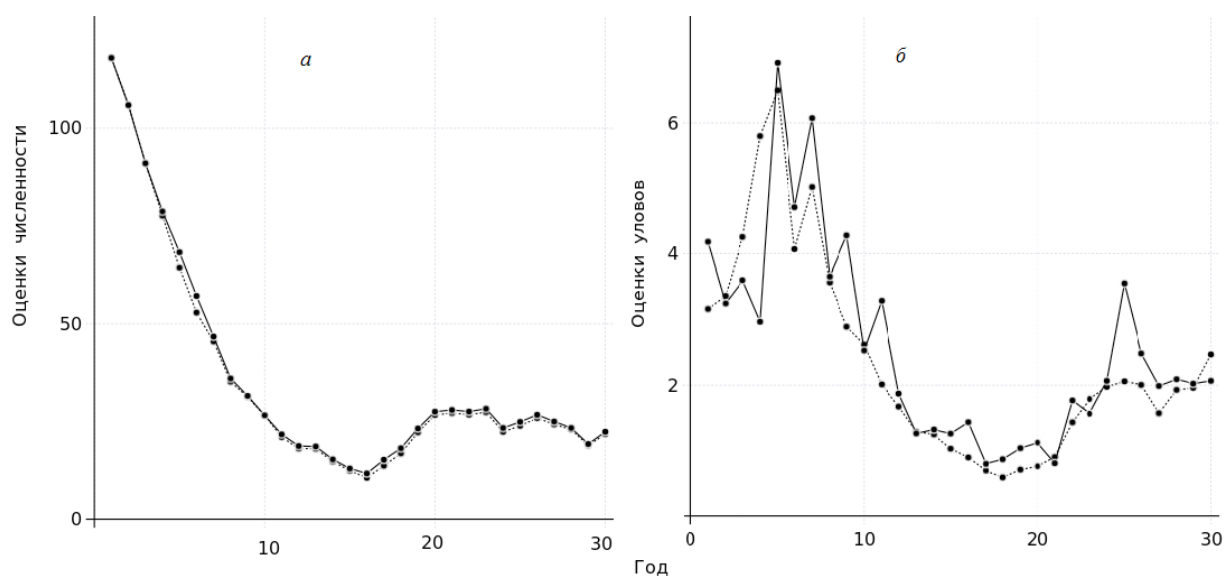


**Рис. 7.** Гистограммы невязок по численности (а) и уловам (б) и их аппроксимации (комплект № 2).

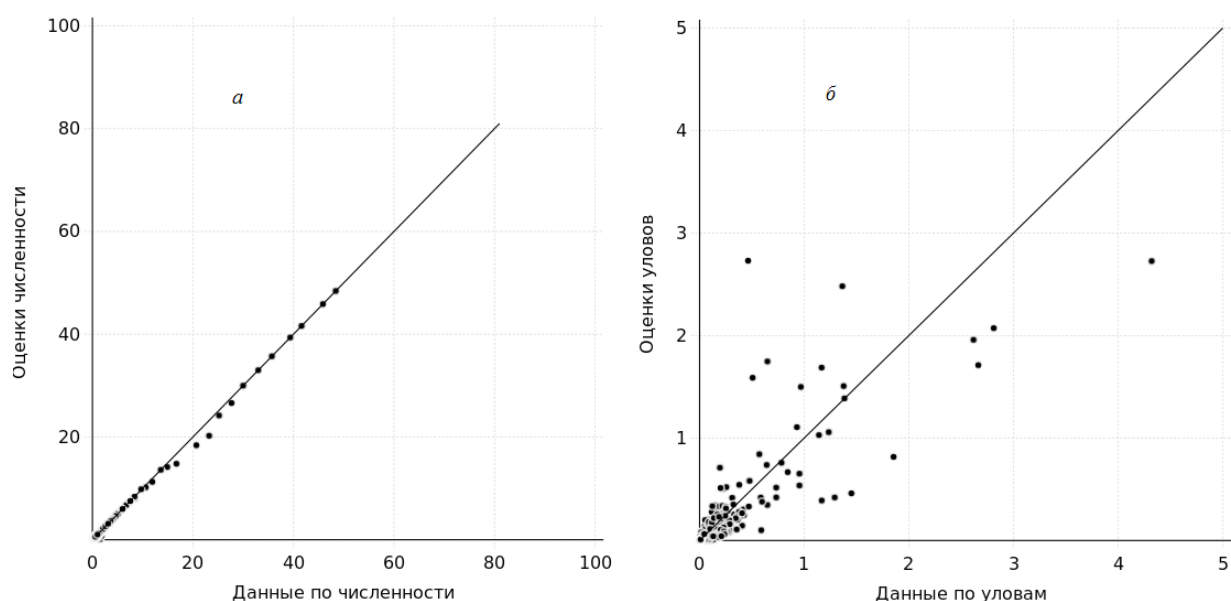
ношениями, то параметры модели вычисляются достаточно правдоподобно. Однако применение методики и программных средств к обработке реальных данных может демонстрировать неустойчивое поведение как параметров модели, получаемых по предложенной методике, так и оценочной возрастной структуры популяции, величины

уловов и их прогнозов различной заблаговременности.

Возможными факторами, порождающими такую неустойчивость, могут являться специфика применения алгоритмов поиска глобальных экстремумов, «переопределенность» модели, принципиальная несогласованность имеющихся данных и тех механиз-



**Рис. 8.** Оценки суммарной по всем возрастам численности (а) и уловов (б) за весь период наблюдения (комплект № 3).

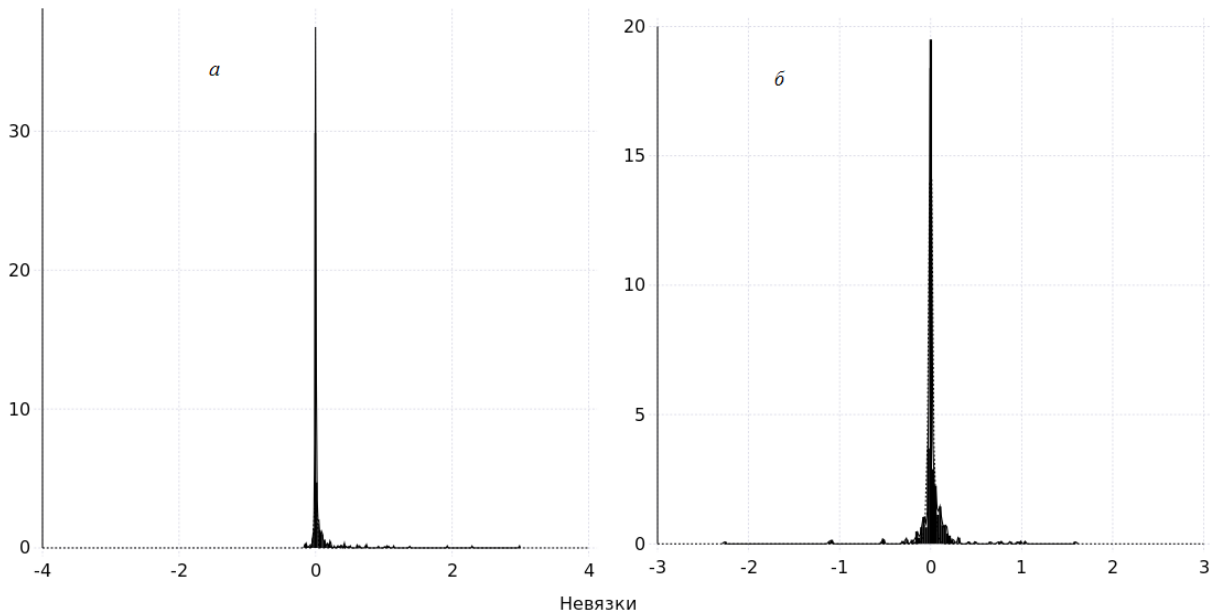


**Рис. 9.** Диаграмма рассеяния оценок численности (а) и уловов (б) (комплект № 3).

мов, которые положены в основание модели, и т.д. (Бурого, Шевченко, 2016).

В связи с повсеместным введением требований по научному обоснованию расчетов допустимых объемов вылова известные подходы совершенствуются и появляются методики, которые позволяют рассчитывать ограничения для запасов, о которых известно достаточно мало (см., например:

Core, 2013; Carruthers et al., 2014; Newman et al., 2015). Однако следует отметить, что по-настоящему доверять можно только тем оценкам состояния рыбных запасов и выявленным с использованием моделей тенденциям их изменений, которые находят свое подтверждение по результатам наблюдений (Schnute, Richards, 2001; Rothschild, 2015; Schindler, Hilborn, 2015).



**Рис. 10.** Гистограммы невязок по численности (а) и уловам (б) и их аппроксимации (комплект № 3).

Автор выражает признательность В.А. Бурого за разработку базовой методики, ее реализацию и предварительное тестирование на базе MATLAB (Бурого, Шевченко, 2015, 2016), а также за идею использования Julia в качестве альтернативного инструмента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Аксютин З.М. Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. М.: Пищ. пром-сть, 1968. 288 с.

Бурого В. А., Шевченко И.И. Разработка и исследование математических моделей, предназначенных для оценки запасов промысловых рыб в дальневосточных морях, при различных информационных условиях. Владивосток: ТИНРО-Центр, 2015. 46 с.

Бурого В. А., Шевченко И.И. Программная среда для моделирования промысловых запасов при известных оценках возрастной структуры популяций и уловов. Владивосток: ТИНРО-Центр, 2016. 65 с.

Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.

Balbaert I. Getting started with Julia. Birmingham: Packt Publ. Ltd, 2015. 356 p.

Carruthers Th.R., Punt A.E., Walters C.J. *et al.* Evaluating methods for setting catch limits in data-limited fisheries // Fish. Res. 2014. V. 153. P. 48–68.

Cope J. M. Implementing a statistical catch-at-age model (stock synthesis) as a tool for deriving overfishing limits in data-limited situations // Ibid. 2013. V. 142. P. 3–14.

Kizner Z.I., Vasilyev D.A. Instantaneous separable vpa (isvpa) // ICES J. Marine Sci. 1997. V. 54. № 3. P. 399–411.

Methot R. D., Wetzel Ch. R. Stock synthesis: a biological and statistical framework for fish stock assessment and fishery management // Fish. Res. 2013. V. 142. P. 86–99.

Newman D., Berkson J., Suatoni L. Current methods for setting catch limits for data-limited fish stocks in the United States // Ibid. 2015. V. 164. P. 86–93.

Rothschild B. J. On the birth and death of ideas in marine science // ICES J. Marine Sci. 2015. V. 72. №5. P. 1237–1244.

Schindler D. E., Hilborn R. Prediction, precaution, and policy under global change // Science. 2015. V. 347. № 6225. P. 953–954.

- Schnute J.* A general theory for analysis and survey data (tasacs). Bergen: Institute of Marine Res., 2009. 35 p.
- Schnute J. T., Richards L. J.* Use and abuse of fishery models // *Can. J. Fish. Aquatic Sci.* 1985. V. 42. № 3. P. 414–429.
- Tjelmeland S., Lindstrim U.* An ecosystem element added to the assessment of Norwegian spring-spawning herring: implementing predation by minke whales // *ICES J. Marine Sci.* 2005. V. 62. № 2. P. 285–294.
- Skagen D. W., Skalevik A.A.* A toolbox for age-structured stock assessment using catch

## STOCK DYNAMICS MODELING WITH KNOWN ESTIMATIONS FOR ABUNDANCE AND CATCH AT AGE

© 2017 y. I.I. Shevchenko

*Pacific Research Fisheries Center, Vladivostok, 690090*

We describe a framework for generating appropriate models for time series of abundance and catch at age. The approach is based on “fishmetic”. This term is used to capture uncertainty in fish population arithmetic. In particular, it is assumed that measurement and estimation errors are random variables with Laplace or Gaussian distributions. The key step in the framework is to find the coefficients of natural and fishing mortality for common fishmetic equations. This problem is reduced to a global minimization of a nonlinear cost function. A package of types, functions and scripts in Julia was developed to evaluate cost functions and to undertake the minimization task with use of the NLOpt package. The implementation was tested on several artificially generated data sets. In future work, we plan to study stability of the framework for real data sets.

*Keywords:* fishmetic, fish abundance and catch at age dynamics, interactive environment for technical and scientific computing.