

ДИНАМИКА ЧИСЛЕННОСТИ

УДК 519.9

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОМЫСЛОВЫХ ЗАПАСОВ ПРИ ИЗВЕСТНЫХ
ОЦЕНКАХ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОПУЛЯЦИЙ И УЛОВОВ. II**

© 2019 г. И. И. Шевченко

*Тихоокеанский филиал Всероссийского научно-исследовательского института рыбного
хозяйства и океанографии (ТИНРО), Владивосток, 690090*

E-mail: igor.shevchenko@tinro-center.ru

Поступила в редакцию 10.08.2018 г.

В работе описывается методика построения моделей, которые позволяют воспроизводить и исследовать наблюдаемую в течение ряда промысловых лет динамику запасов и уловов по возрастам. При использовании уравнения когорты и уравнения Баранова численность (состояние) и улов (наблюдение) в определенном возрасте зависят соответственно от численности в предшествующем или текущем возрасте. Поэтому изменение состояний и наблюдений задается стандартными марковскими процессами первого порядка. Добавление случайного шума к логарифмам соответствующих переменных позволяет представить связи между состояниями и наблюдениями в виде линейных стохастических соотношений. Параметры модели, определяющие коэффициенты естественной и промысловой смертности, и параметры плотностей лапласовских или нормальных распределений невязок выбираются из условий наилучшего приближения имеющихся данных механистическими соотношениями на основе подхода, описанного в первой части работы. С использованием байесовских сетей можно проводить различного рода статистические выводы, включая апостериорную оценку состояний (фильтрацию, сглаживание и предсказание). Получаемые функции плотности распределения позволяют оценивать вероятности (степень доверия или неопределенности), с которыми соответствующие случайные величины принимают те или иные значения. Приведены примеры байесовского оценивания для первого тестового набора данных из первой части работы в предположениях о нормальности всех базовых распределений. Все вычисления и построение графиков выполнены в среде Julia с использованием различных библиотек, включая пакет Fishmetica. Символьные преобразования проводились в системе Mathematica.

Ключевые слова: когортный анализ, динамические байесовские сети, апостериорная оценка состояний, предсказание.

ВВЕДЕНИЕ

Применение математических моделей для оценки динамики рыбных популяций насчитывает достаточно долгую историю. Эпохой расцвета этой области безусловно является период с 1980 по 2000 гг., когда в исследования были вовлечены многочисленные группы ученых различных специальностей, значительно продвинувшие все известные на тот момент подходы с использованием математики, компьютерных программ, статисти-

ки и биологии. Были разработаны методы углубленного анализа доступных информационных ресурсов на базе более реалистичных предположений. Результаты исследований были использованы для того, чтобы формализовать и стандартизировать научное обоснование управленческих решений. Несмотря на достигнутые успехи, недоверие к моделированию никуда не исчезло. Обосновывается оно, в частности, тем, что при моделировании недостаточно внимания уделяется учету

неопределенностей в системных механизмах и данных (Quinn, 2003; Hilborn, 2012).

В работе используется подход к статистическому моделированию популяционной динамики, который базируется на стохастических вариантах уравнения (выживания) когорты и уравнения (улова) Баранова (Баранов, 1925; Засосов, 1976; Fournier, Archibald, 1982; Бабаян и др., 1984; Gudmundsson, 1994; Малкин, 1997; Quinn, Deriso, 1999; Васильев, 2000; Millar, Meyer, 2000). Предполагается, что для каждой когорты имеются оценки численности и уловов по возрастам, полученные, например, площадными методами (Аксютин, 1968). Исходные детерминистические уравнения и их стохастические варианты широко применяются в последние 30–40 лет при когортном анализе. Его цель — отследить динамику возрастных классов в течение всего жизненного цикла на основе данных о пополнении, вылове, естественной смертности, миграциях и т.д. Он эффективен для запасов, по которым ведется интенсивный промысел и доступна статистика уловов за достаточно длительный промежуток времени. Модели оценки запасов, которые базируются на структурированной по возрасту (или длине) информации, являются важнейшими компонентами при оценке стратегий управления (management strategy evaluation, MSE) (Kimura, 1990; Quinn, Deriso, 1999; Hilborn, 2012; Kuparinen et al., 2012).

С использованием коэффициентов смертности и параметров плотностей распределений, динамика когорт может быть представлена в виде байесовской сети (Шевченко, 2017). Байесовская сеть — это ациклический ориентированный граф, вершины которого помечены моделируемыми случайными величинами. Дуга между двумя вершинами характеризует наличие непосредственного влияния одной случайной величины на другую. Каждой вершине приписывается функция плотности вероятности при условии, что заданы значения всех случайных величин, от которых она непосредственно зависит. Если выбраны значения случайных

переменных в родительских вершинах, то значение соответствующей переменной не зависит от всех других. Таким образом динамическая сеть отражает все предположения о непосредственной зависимости моделируемых величин и содержит описание всех необходимых плотностей условных вероятностей для того, чтобы представить полное совместное распределение, которое в свою очередь позволяет рассчитать распределение любой комбинации переменных (Russell, Norvig, 2010). Обзоры примеров применений байесовских сетей в рыбохозяйственных исследованиях можно найти у ряда авторов (Punt, Hilborn, 1997; Hammond, 2001; Uusitalo, 2007; Kuparinen et al., 2012). В управлении использованием ресурсов они моделируют связи типа фактор — влияние — состояние — воздействие — результат (Barton et al., 2012).

В динамических байесовских сетях, моделирующих динамику когорт, в качестве состояний выступают логарифмы численности, а в качестве наблюдений — логарифмы уловов рыб определенного возраста. В силу применяемых механизмов описания взаимосвязей структура получаемых байесовских сетей для когорт соответствует марковским процессам первого порядка. Граничные условия определяют численности для начальных возрастов когорт, хотя методика работает и в случае, когда эти граничные условия задаются для произвольного возраста для каждой когорты.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

Параметрическая идентификация. Пусть x_t^j и y_t^j — заданные оценки численности и выловов в год t в зависимости от возраста рыб j , где численность измеряется в штуках, а уловы в весовых единицах, и w_t^j — коэффициент для пересчета весовых единиц измерений в штуки, t_{max} — число последовательных лет, для которых доступны данные наблюдений, j_{max} — принятый предельный учетный возраст популяции. Через m_t^j и f_t^j обозначаются коэффициенты естественной и промысловой смертности, а через

z_t^j и g_t^j — производные коэффициенты полной смертности и пересчета уловов, который определяет долю возрастной группы в улове. При использовании уравнения когорты и уравнения Баранова в качестве описания механизмов взаимосвязи модель полностью определяется матрицами коэффициентов m и f . Однако число элементов этих неизвестных матриц практически совпадает с числом исходных данных, представленных матрицами x , y и w . Для того чтобы избавиться от переопределенности и сократить число неизвестных параметров, полагается, что коэффициент естественной смертности m_t^j можно представить в виде произведения когортного фактора h_t^j , который является оценкой неблагоприятности условий выживания когорты возраста j в год t , и составляющей, зависящей исключительно от возраста m^j , которая имеет вид U -образной функции. А коэффициент промысловой смертности f_t^j — есть произведение возрастной селективности лова s^j , которая описывается некоторой σ -образной функцией, и доли f_t , определяющей скорость убыли численности (интенсивность промысла). Ряд наблюдений динамики промыслового запаса за t_{max} лет с максимальным возрастом j_{max} содержит данные о $(t_{max} + j_{max} - 1)$ когортах. С каждой такой когортой связывается физический год yr , который соответствует возрасту в один год входящих в нее рыб. Через a_{yr}^b и a_{yr}^e обозначаются начальный и конечный воз-

растные классы соответствующей когорты C_{yr} . Она описывается заданными значениями численности X_{yr}^a , уловов Y_{yr}^a , весов W_{yr}^a , и с ней связаны рассчитываемые коэффициенты естественной M_{yr}^a и промысловой F_{yr}^a смертности, а также коэффициенты полной смертности Z_{yr}^a и пересчета уловов G_{yr}^a для всех возрастных классов $a \in a_{yr}^b : a_{yr}^e$. Имеется взаимно однозначное соответствие между исходными (матричными: x_t^j, y_t^j и т.д.) и когортными (векторными: X_{yr}^a, Y_{yr}^a и т.д.) представлениями.

Обозначим через ξ_{yr}^a и η_{yr}^a случайные величины, определяющие значения логарифмов численности и уловов соответственно. Если граничные условия заданы при $a = a_{yr}^b$, динамику ξ_{yr}^a и η_{yr}^a можно представить в виде байесовской сети, структура которой изображена на рис. 1.

Стохастические варианты уравнения когорты

$$\xi_{yr}^{a+1} = \ln X_{yr}^a - Z_{yr}^a(\theta_m) + \xi_x(\theta_x) \quad (1)$$

определяют модели перехода, а уравнения Баранова

$$\eta_{yr}^a = \ln X_{yr}^a - \ln W_{yr}^a - \ln G_{yr}^a(\theta_m) + \eta_y(\theta_y) \quad (2)$$

модели наблюдения, где вектор θ_m включает неизвестные параметры модели h_t^j , m^j , s^j и f_t , а θ_x и θ_y — это векторы параметров функций плотностей распределений случайных величин ξ_x и η_y .

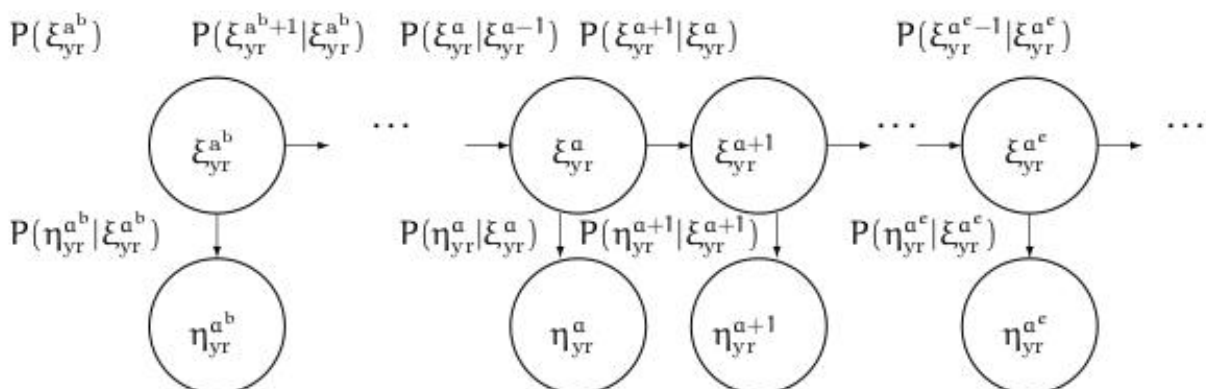


Рис. 1. Динамическая байесовская сеть для когорты C_{yr} .

В предположении о лапласовском или гауссовском распределениях ξ_x и η_y оптимальные векторы параметров модели динамики $\theta_m = \hat{\theta}_m$ и параметров распределений $\theta_x = \hat{\theta}_x$, $\theta_y = \hat{\theta}_y$ могут быть оценены с применением метода максимального правдоподобия (Шевченко, 2017).

Байесовское оценивание. Зафиксируем исследуемую когорту C_{yr} , $yr \in yr_0 : yr_3$ и будем опускать индекс yr во всех обозначениях, относящихся к ней. Не будем также включать обозначения случайных величин при задании их значений в условных вероятностях, например:

$$P(\xi^a | y^a) = P(\xi^a | \eta^a = y^a),$$

$$P(\xi^a | y^{a^b:a}) = P(\xi^a | \eta^{a^b} = y^{a^b} \dots \eta^a = y^a). \quad (3)$$

Фильтрация предназначена для того, чтобы оценить вероятностное распределение состояния когорты ξ^a в возрасте a с учетом всех полученных наблюдений $y^{a^b:a}$ с начального a^b до этого возраста a , $a \in a^b : a^e$. Процедура фильтрации базируется на рекуррентном соотношении:

$$P(\xi^{a+1} | y^{a^b:a+1}) \propto P(y^{a+1} | \xi^{a+1}) P(\xi^{a+1} | y^{a^b:a}), \quad (4)$$

где одношаговое предсказание по результатам всех предшествующих наблюдений рассчитывается по формуле¹:

$$P(\xi^{a+1} | y^{a^b:a}) \propto \int P(\xi^{a+1} | x^a) P(x^a | y^{a^b:a}) dx^a. \quad (5)$$

Предсказание представляет собой фильтрацию (оценку состояний) без добавления новых наблюдений. В нашем случае она состоит в оценке распределения состояния когорты ξ^{a^e+k} в возрасте a^e+k , если заданы наблюдения $y^{a^b:a^e}$ с начального a^b до заключительного a^e , $k \in 1 : j_{max} - a^e$, $j_{max} > a^e$. Поэтому предсказание формируется только для когорт, соответствующих годам $yr \in yr_2 + 1 : yr_3$. Процедура для предсказания базируется на рекуррентном соотношении:

$$P(\xi^{a^e+k+1} | y^{a^b:a^e}) \propto \int P(\xi^{a^e+k} | x^{a^e+k}) P(x^{a^e+k} | y^{a^b:a^e}) dx^{a^e+k}. \quad (6)$$

Под сглаживанием в данной работе будем понимать оценку распределения состояния когорты ξ^a в возрасте a с учетом всех полученных наблюдений $y^{a^b:a^e}$, начиная с a^b и завершая a^e , $a \in a^b : a^e$. Процедура для сглаживания базируется на рекуррентном соотношении:

$$P(\xi^a | y^{a^b:a^e}) \propto P(\xi^a | y^{a^b:a}) P(y^{a+1:a^e} | \xi^a), \quad (7)$$

где $P(\xi^a | y^{a^b:a})$ представляет собой результат фильтрации (4), а $P(y^{a+1:a^e} | \xi^a)$ вычисляется в обратном направлении из

$$P(y^{k+1:a^e} | \xi^a) \propto \int P(y^{k+1} | x^{k+1}) P(y^{k+2:a^e} | x^{k+1}) P(x^{k+1} | \xi^k) dx^{k+1}. \quad (8)$$

Байесовское оценивание при нормальных распределениях. Предположим, что все случайные величины, встречающиеся в модели, имеют нормальные распределения. В этом случае

$$P(x^{a^b}) = N(\mu^{a^b}, \sigma^{a^b})(x^{a^b}),$$

$$P(x^{a+1} | x^a) = N(x^a + \alpha^a + \mu_x, \sigma_x)(x^{a+1}), \quad (9)$$

$$P(y^a | x^a) = N(x^a + \beta^a + \mu_y, \sigma_y)(y^a),$$

где $\alpha^a = -Z_{yr}^a(\hat{\theta}_m)$, $\beta^a = -\ln W_{yr}^a - \ln G_{yr}^a(\hat{\theta}_m)$, $-\infty < x^{a^b}, x^a, x^{a+1}, y^a < +\infty$, параметры распределений μ_x, σ_x и μ_y, σ_y являются компонентами вектора $\hat{\theta}_x$ и $\hat{\theta}_y$, а $N(\mu, \sigma)(\cdot)$ — это функция плотности нормального распределения с математическим ожиданием (медианой, модой) μ и среднеквадратическим отклонением σ (σ^2 — дисперсия).

Условные случайные величины $\xi^a | y^{a^b:a}$ также распределены нормально, а задача (калмановской) фильтрации сводится к определению параметров их распределений μ_f^a, σ_f^a для $a \in a^b : a^e$. Из формул (4), (5) и (9) можно также получить рекуррентные соотношения, которые позволяют выразить μ_f^{a+1} и σ_f^{a+1} через μ_f^a и σ_f^a и другие параметры модели:

¹ Интегралы берутся по всей области значений соответствующей непрерывной случайной величины или заменяются суммами по всем значениям дискретной случайной величины.

$$\mu_f^{a+1} = (\mu_f^a + \alpha^a + \mu_x) + (y^{a+1} - (\mu_f^a + \alpha^a + \mu_x + \beta^{a+1} + \mu_y)) \frac{((\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2)}{(\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2}; (\sigma_f^{a+1})^2 = \frac{((\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2) \sigma_y^2}{(\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2}. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что если рассматривать $\mu_f^a + \alpha^a + \mu_x$ как предсказываемое в момент $a+1$ наиболее вероятное состояние, а $y^{a+1} - (\mu_f^a + \alpha^a + \mu_x + \beta^{a+1} + \mu_y)$ как ошибку в предсказании наблюдения, то μ_f^{a+1} представляет собой линейную комбинацию этих значений и коэффициент усиления $((\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2) / ((\sigma_f^a)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$ показывает, насколько существенный вклад вносит новое наблюдение в предсказание. Кроме того, дисперсия не зависит от наблюдений, а последовательность дисперсий достаточно быстро сходится к неподвижной точке $(\sigma_f^*)^2$, где

$$(\sigma_f^*)^2 = \frac{1}{2} \left(-\sigma_x^2 + \sqrt{\sigma_x^2 (4\sigma_y^2 + \sigma_x^2)} \right).$$

При выполнении соотношений (9) случайные величины $\xi^{a^e+k} | y^{a^e:a^e}$ также распределены нормально, а задача предсказания сводится к определению параметров распределения $\mu_p^{a^e+k}, \sigma_p^{a^e+k}$ для $k \in j_{\max} - a^e$. Для первого предсказания имеем (см. формулы (5), (9)):

$$N(\mu_b^{k+1}, \sigma_b^{k+1}) \propto \int N(x^{k+1} + \beta^{k+1} + \mu_y, \sigma_y) (y^{k+1}) N(\mu_b^{k+2}, \sigma_b^{k+2}) (x^{k+1}) N(x^k + \alpha^k + \mu_x, \sigma_x) (x^{k+1}) dx^{k+1} \quad (14)$$

в обратном направлении, начиная с $k = a^e - 1$ и заканчивая $k = a$. Таким образом,

$$\mu_b^{k+1} = \frac{(\mu_b^{k+2} - \alpha^k - \mu_x) \sigma_y^2 + (y^{k+1} - \alpha^k - \mu_x - \beta^{k+1} - \mu_y) (\sigma_b^{k+2})^2}{\sigma_y^2 + (\sigma_b^{k+2})^2}; (\sigma_b^{k+1})^2 = \frac{\sigma_x^2 \sigma_y^2 + (\sigma_b^{k+2})^2 (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}{\sigma_y^2 + (\sigma_b^{k+2})^2}. \quad (15)$$

Из формулы (13) следует, что

$$\mu_s^a = \frac{\mu_f^a (\sigma_b^{a+1})^2 + \mu_b^{a+1} (\sigma_f^a)^2}{(\sigma_f^a)^2 + (\sigma_b^{a+1})^2},$$

$$(\sigma_s^a)^2 = \frac{(\sigma_f^a)^2 (\sigma_b^{a+1})^2}{(\sigma_f^a)^2 + (\sigma_b^{a+1})^2}. \quad (16)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

В соответствии с предложенной методикой построения моделей динамики численности и уловов по их оценкам, полученным, например, площадными методами, сначала рассчитываются параметры, которые опреде-

$$P(x^{a^e+1} | y^{a^e:a^e}) = \int N(x^{a^e} + \alpha^{a^e} + \mu_x, \sigma_x) (x^{a^e+1}) N(\mu_f^{a^e}, \sigma_f^{a^e}) (x^{a^e}) dx^{a^e}. \quad (11)$$

Следовательно,

$$\mu_p^{a^e+1} = \mu_f^{a^e} + \alpha^{a^e} + \mu_x, (\sigma_p^{a^e+1})^2 = (\sigma_f^{a^e})^2 + \sigma_x^2. \quad (12)$$

Обозначим через μ_s^a, σ_s^a параметры нормального распределения сглаженных случайных величин $\xi^a | y^{a^e:a^e}$, а через $\mu_b^{a+1}, \sigma_b^{a+1}$ — случайных величин $y^{a+1:a^e} | \xi^a$, $a \in 1:a^e - 1$. Из уравнения (7) следует, что

$$N(\mu_s^a, \sigma_s^a) (x^a) \propto N(\mu_f^a, \sigma_f^a) (x^a) N(\mu_b^{a+1}, \sigma_b^{a+1}) (x^a). \quad (13)$$

Процедура для расчета параметров фильтрации μ_f^a, σ_f^a уже рассмотрена (см. выражение (10)). Для того чтобы получить $\mu_b^{k+1}, \sigma_b^{k+1}$, можно использовать рекуррентное соотношение (8):

ляют коэффициенты естественной и промышленной смертности, а также параметры распределений невязок логарифмов численности и уловов. Допускается использование распределений Лапласа или Гаусса, а оптимизируемый критерий характеризует параметры распределения сразу всех невязок (Шевченко, 2017). Затем для каждой когорты строится байесовская сеть. Уравнения когорты и Баранова в качестве описания механизмов взаимосвязи позволяют ограничиться линейными марковскими цепями первого порядка. С их помощью можно проводить статистическое оценивание, включая фильтрацию, сглаживание и предсказание. Для линейных

Таблица 1. Параметры U - и σ -образной функций

Параметры	Комплект № 1
a_1	2,98817
a_2	14,96540
b_1	8,07522
b_2	1,07388
c_0	0,08397
d_1	4,60074
d_2	4,11270
a	3,43858
b	0,48054

Таблица 2. Параметры приближенных функций плотностей распределений невязок логарифмов

Параметры	Комплект № 1
μ_p	0,02103
σ_p	0,62514
μ_c	-0,02276
σ_c	0,71733

зависимостей и распределений Гаусса статистическая обработка является относительно простой, поскольку все промежуточные распределения остаются нормальными и требуется только рассчитывать их параметры (Russell, Norvig, 2010; Särkkä, 2013).

Для демонстрации возможностей байесовского оценивания был выбран первый из трех комплектов тестовых данных для оценки программ, применяемых в институтах отрасли при моделировании динамики запасов. Этот комплект содержит данные за 1974–2003 гг. при предельном возрасте, составляющем 16 лет ($t_{max} = 30$, $j_{max} = 16$). С использованием проверочных матриц был сформирован исходный набор матриц x , y , w . Размерность решаемой оптимизационной задач составила 129. В качестве граничных использованы векторы $\{x_t^1\}_{t \in 1:t_{max}}$ ($a^b = 1$) и $\{x_1^j\}_{j \in 2:j_{max}}$ ($a^b = j$).

Полученные оценки параметров U - и σ -образной функций приведены в табл. 1, а параметры нормальных распределений, которые наилучшим образом приближают плотности распределения невязок по логарифмам численности и уловов, — в табл. 2.

Для каждой когорты C_{yr} , $yr \in yr_0 : yr_3$ предполагается, что $\mu^{a^b} = X_{yr}^{a^b}$ и $\sigma^{a^b} = 0$, то есть плотности вероятности для начальных значений описываются обобщенными функциями Дирака: $N(\mu^{a^b}, \sigma^{a^b})(x^{a^b}) = \delta(x^{a^b} - \mu^{a^b})$.

В результате расчетов получены параметры функций плотности вероятности логарифмов численности всех 45 когорт, данные о которых содержатся в исходных матрицах. Они использованы в процедурах фильтрации, сглаживания и предсказания. Рассчитанные параметры плотностей распределений позволяют делать выводы о вероятностях, с которыми состояния (численности по возрастам) принимают те или иные значения (Russell, Norvig, 2010; Särkkä, 2013).

Вычисления и построение графиков выполнены в среде Julia с использованием различных библиотек, включая пакет функций и типов Fishmetica (github.com/picestcode/Fishmetica.jl). Символьные преобразования проводились в системе Mathematica (www.wolfram.com/mathematica/).

На рис. 2–4 показаны гистограммы и аппроксимации функций плотности распределения невязок логарифмов численности и уловов, а также диаграмма рассеяния оценок численности для комплекта тестов № 1.

На рис. 5 исходная динамика логарифмов численности 34-й по порядку когорты, включающей всех рыб, возраст которых в 1992 г. составлял один год, изображена сплошной линией, сглаженные значения математических ожиданий численности, предсказания на 3 года и квантили уровня 0,95 — пунктирными.

На рис. 6 проиллюстрирована динамика суммарной численности по годам наблюдений. Сплошной линией дан график, построен-

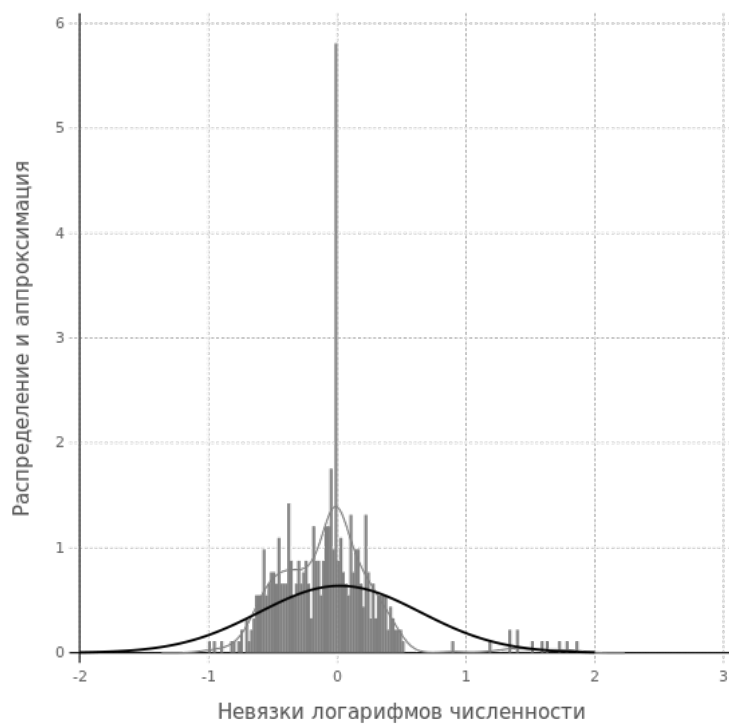


Рис. 2. Гистограмма и аппроксимация функции плотности распределения невязок логарифмов численности (комплект № 1).

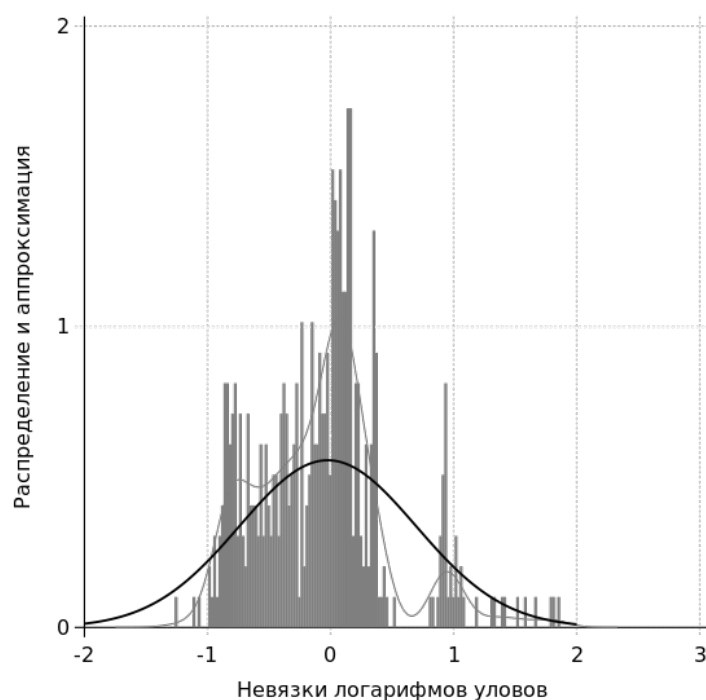


Рис. 3. Гистограмма и аппроксимация функции плотности распределения невязок логарифмов уловов (комплект № 1).

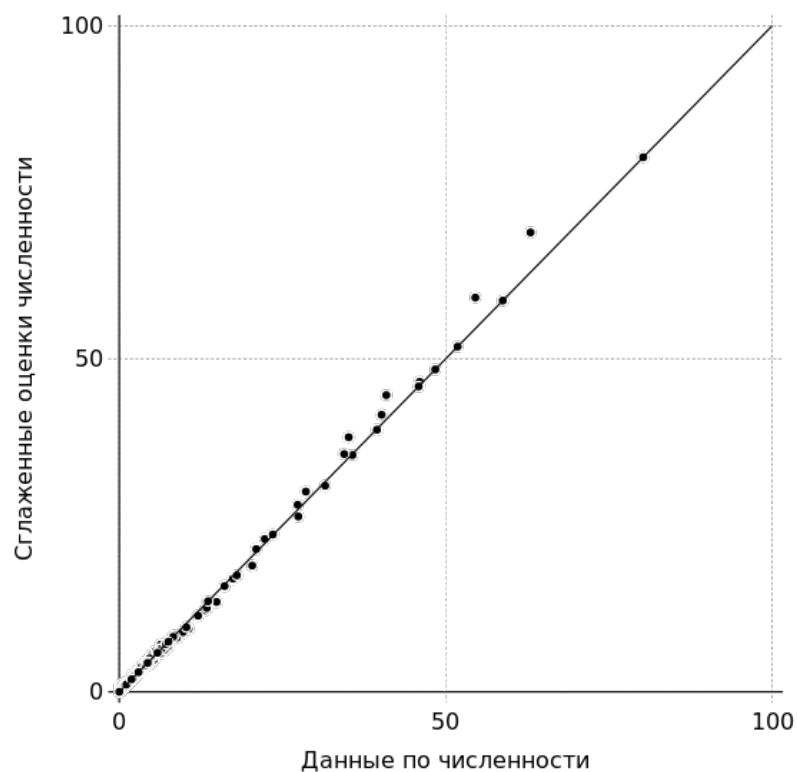


Рис. 4. Диаграмма рассеяния оценок численности (комплект № 1).

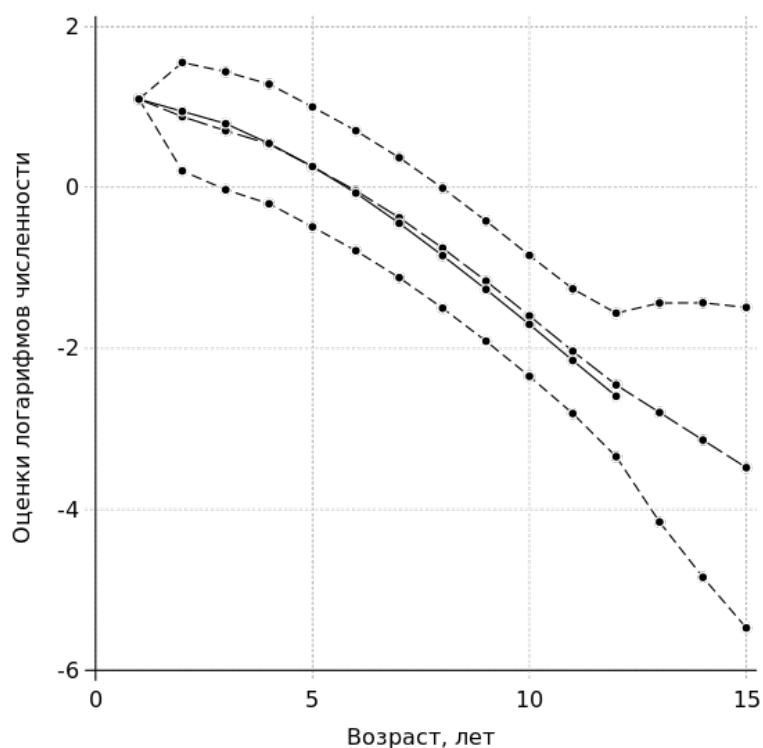


Рис. 5. Исходные данные и сглаженные оценки математических ожиданий логарифмов численности за период наблюдений и их предсказания на 3 года для 34-й когорты, а также квантили уровня 0,95 (комплект № 1).

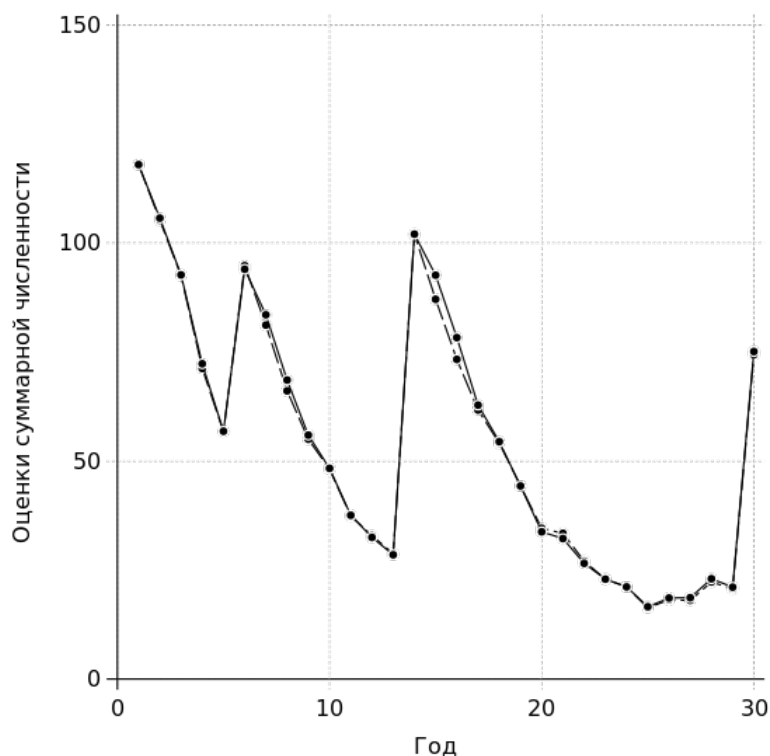


Рис. 6. Оценки суммарной численности по годам (комплект № 1).

ный по исходным данным, а пунктирной — по сглаженным математическим ожиданиям.

ОБСУЖДЕНИЕ

В работе описана вторая часть методики, предназначенной для построения и исследования моделей, которые приближенно представляют оценки численности и уловов по возрастам за достаточно продолжительный ряд последовательных годовых наблюдений, например, полученных площадными методами на основе данных учетных съемок и промысловой статистики. Динамика каждой когорты описывается байесовской сетью с вершинами, представляющими логарифмы численности и уловы в определенном возрасте, и функциями плотностей условных вероятностей, которые задают модели переходов и наблюдений и базируются на стохастических вариантах уравнений когорты и уравнений

Баранова. Если граничные условия определены для начальных возрастов, то байесовская сеть для динамики любой когорты имеет вид, представленный на рис. 1. В предположении о том, что все функции плотности распределения являются лапласовскими или нормальными, идентификация модели сводится к оценке коэффициентов естественной и промысловой смертности, а также параметров положения/математических ожиданий и параметров масштаба/среднеквадратических отклонений (Шевченко, 2017). Таким образом, все моделируемые переменные трактуются как случайные и могут принимать произвольные значения, а вероятности отражают степень доверия к тому, что они принимают те или иные значения. Стандартные байесовские оценки позволяют получать апостериорные распределения таких вероятностей и делать прогнозы по доступным данным.

В отличие от первой части (Шевченко, 2017) основное внимание уделено варианту с предположением о нормальности всех базовых распределений. Это связано с тем, что для гауссовских распределений при линейных моделях перехода и наблюдений байесовские оценки получаются достаточно просто, так как тип распределения сохраняется и требуется пересчитывать только параметры. Несмотря на весьма приблизительный характер аппроксимации распределения невязок (табл. 1, рис. 1, 2), результаты моделирования могут получаться достаточно удовлетворительными (рис. 3–5).

Обычно лапласовское распределение рассматривается в качестве альтернативы нормальному при наличии выбросов в данных (Kotz et al., 2001). В рамках разработанного подхода оно является в некоторых случаях заведомо более предпочтительным (ср., например, табл. 1 и рис. 1–2 с табл. 4 и рис. 4 из работы (Шевченко, 2017)). Однако его использование приводит к техническим трудностям, поскольку стандартные комбинации распределений при байесовском оценивании уже не являются лапласовскими. Сложность представления промежуточных и результирующих функций плотности распределений возрастает по мере роста размерности когорты, и при байесовском оценивании неизбежно использование численных методов или дискретизации областей значений всех моделируемых случайных величин (Gilks et al., 1996; Punt, Hilborn, 1997; Millar, Meyer, 2000; Russell, Norvig, 2010; Brooks et al., 2011).

Методика предполагает различного рода модификации. Допускается учет ограниченного числа пропущенных входных данных в матрицах численности и уловов за счет включения недостающих значений в число искомых параметров. Возможно использование других видов параметрических распределений, например, асимметричных. Для случаев, когда, например, происходит значительный недоучет численности в младших возрастах и граничные условия для состояний задаются не для начального

наблюдаемого возраста когорт, байесовские сети, представляющие динамику, меняют свою структуру для более корректного представления зависимостей.

В рамках модельного подхода дальнейшее усовершенствование методов оценки динамики запасов связано с учетом пространственных аспектов обитания, генетики, многовидовых взаимодействий, а также с более тщательным изучением биологических, промысловых, экосистемных, климатических, социоэкономических и других факторов. Это требует как развития самой методологии моделирования, так и повышения качества сбора данных. Однако перспективы модельного подхода не так радужны, как казалось в период его расцвета. Все более популярным становится мнение о том, что при принятии управленческих решений целесообразно заменять применение одновидовых моделей, которые по мере совершенствования становятся более изощренными и труднопонижаемыми, на менее научные подходы, которые основаны исключительно на прямом анализе субъективных и объективных данных. Это связано лишь с тем, что результаты прямого анализа гораздо доступнее для понимания рыбаками, менеджерами и всеми теми, кто заинтересован в рациональной эксплуатации запасов. Поэтому важнейшим аспектом развития модельного подхода, как отмечается, в частности, в (Quinn, 2003; Cotte et al., 2004; Hall-Arber et al., 2009; Kuparinen et al., 2012; Hilborn, 2012), должно стать формирование механизмов доведения аргументации, основанной на исследовании моделей, до конечных пользователей в доходчивой и убедительной форме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Аксютин З.М. Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. М.: Пищ. пром-сть, 1968. 288 с.

Бабаян В.К., Булгакова Т.И., Богородин Р.Г. и др. Применение математи-

ческих методов и моделей для оценки запасов рыб: методические рекомендации. М.: Изд-во ВНИРО, 1984. 156 с.

Баранов Ф.И. К вопросу о динамике рыбного промысла // Бюл. рыб.хоз-ва. 1925. № 8. С. 26–28.

Васильев Д.А. Актуальные проблемы анализа параметров систем запас-промысел. М.: Изд-во ВНИРО, 2000. 265 с.

Засосов А.В. Динамика численности промысловых рыб. М.: Пищ. пром-сть, 1976. 312 с.

Малкин Е.М. Репродуктивная и численная изменчивость промысловых популяций рыб. М.: Изд-во ВНИРО, 1999. 146 с.

Шевченко И.И. Моделирование промысловых запасов при известных оценках возрастной структуры популяций и уловов // Вопр. рыболовства. 2017. Т. 18. № 4. С. 507–519.

Barton D.N., Kuikka S., Varis O. et al. Bayesian networks in environmental and resource management // Integrated Environ. Assessment Management. 2012. V. 3. № 8. P. 418–429.

Brooks S., Gelman A., Jones G.L. et al. Handbook of Markov Chain Monte Carlo. London: Chapman and Hall, 2011. 125p.

Cotte A.J. R., Burt L., Paxton C.G. M. et al. Are stock assessment methods too complicated? // Fish Fisheries. 2004. № 5. P. 235–254.

Fournier D., Archibald C.P. A general theory for analyzing catch at age data // Can. J. Fish. Aquatic Sci. 1982. V.8. № 39. P. 1195–1207.

Gilks W.R., Richardson S., Spiegelhalter D.J. Markov Chain Monte Carlo in Practice. New York: Springer, 1996. 512 p.

Gudmundsson G. Time series analysis of catch-at-age observations // Appl. Statistics. 1994. V. 43. № 1. P. 117–126.

Hall-Arber M., Pomeroy C., Conway F. Figuring out the human dimensions of fisheries: illuminating models // Marine Coastal Fish. Dynamics, Management, Ecosystem Sci. 2009. V. 1. № 1. P. 300–314.

Hammond T. An application of the bayesian approach to stock assessment model uncertainty // ICES J. Mar. Sci. 2001. V 6. № 58. P. 648–656.

Hilborn R. The evolution of quantitative marine fisheries management 1985–2010 // Nat. Res. Modeling. 2012. № 25. P. 122–144.

Kimura D.K. Approaches to age-structured separable sequential population analysis // Can. J. of Fish. Aquatic Sci. 1990. V. 47. № 12. P. 2364–2374.

Kotz S., Kozubowski T.J., Podgorski K. The Laplace distribution and generalizations: A revisit with applications to communications, economics, engineering, and finance. Basel: Birkhauser, 2001. 349 p.

Kuparinen A., Mäntyniemi S., Hutchings J.A. et al. Increasing biological realism of fisheries stock assessment: towards hierarchical bayesian methods // Envir. Rev. 2012. V. 2. № 20. P. 135–151.

Millar R.B., Meyer R. Bayesian state-space modeling of age-structured data: fitting a model is just the beginning // Can. J. of Fish. Aquatic Sci. 2000. V. 1. № 57. P. 43–50.

Punt A.E., Hilborn R. Fisheries stock assessment and decision analysis: the bayesian approach // Rev. Fish Biol. Fisheries. 1997. № 7. P. 35–63.

Quinn T.J., Deriso R.B. Quantitative fish dynamics. Oxford University Press, USA, 1999. 542 p.

Quinn T.J. Ruminations on the development and future of population dynamics models in fisheries // Nat. Res. Modeling. 2003. № 16. P. 341–392.

Russell S.J., Norvig P. Artificial intelligence: A modern approach. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010. 1152 p.

Särkkä S. Bayesian filtering and smoothing. Cambridge University Press, 2013. 254 p.

Uusitalo L. Advantages and challenges of bayesian networks in environmental modelling. Ecol. modelling. 2007. V. 3–4. № 203. P. 312–318.

**MODELING STOCK DYNAMICS WITH KNOWN ESTIMATIONS
FOR ABUNDANCE AND CATCH AT AGE. II**

© 2019 г. I. I. Shevchenko

*The Pacific Branch of Russian Federal Research Institute of Fisheries and Oceanography, Vladivostok,
690090*

To model time series of fish abundance and catch at age data we use an approach that is based on simple fish arithmetic and takes into account unavoidable uncertainty. We assume that measurement and estimation errors are random variables and have the Laplace or Gaussian distributions. First, we evaluate coefficients of the natural and fishing mortality and parameters of density functions. Then, we represent each cohort as a dynamic Bayesian network with abundances as hidden states and catches as observations. Parameters of distribution densities for transition and observation models are evaluated at the first stage. For each cohort, we consider how to perform such basic Bayesian estimation tasks as filtering, smoothing, and prediction. We illustrate the framework application with the case of a linear Gaussian family of distributions when all Bayesian estimations are relatively simply done. All estimations and graphing were made in Julia with use of different libraries including the Fishmetica package. All symbolic manipulations were carried out in Mathematica.

Keywords: cohort analysis, dynamic Bayesian networks, filtering, smoothing, prediction.